

コンデンサーの基本

$$\textcircled{1} \quad 2.0 \times 10^{-6} \text{ F} \times 5.5 \text{ V} = \underline{1.1 \times 10^{-5} \text{ C}}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{電荷 } Q = \underline{\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \cdot V}$$

電気容量の変化

① 電源と接続したままなので、コンデンサーの電圧 V は変化しない。よって

$$(1) \text{ 電気容量が } 2 \text{ 分の } 1 \text{ になるので、電荷 } Q = \frac{C}{2} \cdot V$$

$$(2) \text{ 電気容量が } \varepsilon_r \text{ 倍になるので、電荷 } Q = \underline{\varepsilon_r C V}$$

② 電源と切斷するので、コンデンサーの電荷 Q は変化しない。よって

$$(1) \text{ 電気容量 } C \text{ が } 2 \text{ 分の } 1 \text{ になるので、 } Q = CV \text{ より電圧は } \underline{2V} \text{ になることが分かる。}$$

$$(2) \text{ 電気容量が } \varepsilon_r \text{ 倍になるので、 } Q = CV \text{ より電圧は } \underline{\frac{V}{\varepsilon_r}} \text{ になることが分かる。}$$

コンデンサーの接続

- ① 2つのコンデンサーの電圧 V が等しいので、 $Q = CV$ より蓄えられる電荷 Q は電気容量 C に比例することが分かる。よって、電荷の比は 2:3
- ② 2つのコンデンサーの電荷 Q が等しいので、 $Q = CV$ より電圧 V は電気容量 C に反比例することが分かる。よって、電圧の比は 3:2
- ③ 並列に接続した場合：2つのコンデンサーには等しい電圧がかかるので、耐電圧 $2V$ のコンデンサーが先に限界に達する。よって、合成コンデンサーの耐電圧は $2V$ である。

直列に接続した場合：②の結果から、2つのコンデンサーの電圧の比は $3:2$ であることが分かる。つまり、耐電圧 $2V$ のコンデンサーにかかる電圧の方が大きく、かつ耐電圧が小さいのでこちらが先に限界に達する。このとき、耐電圧 $3V$ のコンデンサーにかかる電圧は $2V \times \frac{2}{3}$

$$= \frac{4V}{3}$$

であり、合計の $2V + \frac{4V}{3} = \frac{10V}{3}$ が合成コンデンサーの耐電圧である。

④ 1回目の操作後：2つのコンデンサーの電圧は等しいので、その値を V とすると

$$2\text{つのコンデンサーの電荷の和} = CV + 2CV = CV_0$$

であることから

$$V = \frac{V_0}{3}$$

であり、コンデンサーの電荷はそれぞれ

$$\underline{\text{電気容量 } C \text{ のコンデンサー : } \frac{CV_0}{3}}$$

$$\underline{\text{電気容量 } 2C \text{ のコンデンサー : } \frac{2CV_0}{3}}$$

2回目の操作後：2つのコンデンサーの電圧は等しいので、その値を V' とすると

$$2\text{つのコンデンサーの電荷の和} = CV' + 2CV' = CV_0 + \frac{2CV_0}{3}$$

であることから

$$V' = \frac{5V_0}{9}$$

であり、コンデンサーの電荷はそれぞれ

$$\underline{\text{電気容量 } C \text{ のコンデンサー : } \frac{5CV_0}{9}}$$

$$\underline{\text{電気容量 } 2C \text{ のコンデンサー : } \frac{10CV_0}{9}}$$

コンデンサーのエネルギー

- ① 電源と切断しているので、コンデンサーの電荷 $Q = CV$ は変化しない。

また、コンデンサーの極板間に比誘電率 ϵ_r の誘電体を挿入することで電気容量は $\epsilon_r C$ となる。よって、

$$\text{コンデンサーのエネルギー} = \frac{(CV)^2}{2\epsilon_r C} = \frac{CV^2}{2\epsilon_r}$$

となる。また、仕事とエネルギーの関係を式に表すと

$$\frac{1}{2}CV^2 + \text{外力がした仕事} = \frac{CV^2}{2\epsilon_r}$$

であることから、

$$\text{外力がした仕事} = - \frac{(\epsilon_r - 1)CV^2}{2\epsilon_r}$$

である。

- ② 電源とつないだままなので、コンデンサーの電圧 V は変化しない。

また、コンデンサーの極板間に比誘電率 ϵ_r の誘電体を挿入することで電気容量は $\epsilon_r C$ となる。よって、

$$\text{コンデンサーのエネルギー} = \frac{1}{2} \epsilon_r CV^2$$

となる。また、電源がコンデンサーにした仕事 $(\epsilon_r CV - CV)V$ があることに注意して仕事とエネルギーの関係を式に表すと

$$\frac{1}{2}CV^2 + \text{外力がした仕事} + (\epsilon_r CV - CV)V = \frac{1}{2} \epsilon_r CV^2$$

であることから、

$$\text{外力がした仕事} = - \frac{(\varepsilon_r - 1)CV^2}{2}$$

である。