万有引力

① $6.7\times10^{-11} \times \dfrac{60\times60}{1.0^2} \fallingdotseq \underline{2.4\times10^{-7}\ \mathrm{N}}$

② $\dfrac{\frac{1}{81}}{(\frac{3}{11})^2} = \dfrac{1}{81} \times \dfrac{121}{9} \fallingdotseq \dfrac{3}{2} \times \dfrac{1}{9} = \underline{\dfrac{1}{6}\ 倍}$

第１宇宙速度

① 万有引力が向心力となって等速円運動している。第１宇宙速度を V として円運動の運動方程式を書くと

$$m\frac{V^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2}$$

これを解いて　　第１宇宙速度$V = \underline{\sqrt{\frac{GM}{R}}}$

② $g = \frac{GM}{R^2}$ を使って変形すると　　第１宇宙速度 $V = \underline{\sqrt{gR}}$

③ 第１宇宙速度 $V = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6}$

$= \sqrt{98 \times 64 \times 10^4}$

$= \sqrt{2 \times 49 \times 64 \times 10^4}$

$= \sqrt{2 \times 7^2 \times 8^2 \times (10^2)^2}$

$= 7 \times 8 \times 10^2 \times \sqrt{2}$

$\fallingdotseq \underline{7.9 \times 10^3\ \mathrm{m/s}}$

第 2 宇宙速度

① 打ち上げるときの速度を V、無限のかなたでの速度を v とする。
打ち上げられたあと、物体は万有引力のみを受けて運動するが、万有引力は保存力である。よって、力学的エネルギー保存則が成り立つ。

力学的エネルギー保存則の式を書くと

$$\overset{\text{打ち上げるとき}}{\frac{1}{2}mV^2 + \left(-G\frac{Mm}{R}\right)} = \overset{\text{無限のかなた}}{\frac{1}{2}mv^2 + \left(-G\frac{Mm}{\infty}\right)} = \frac{1}{2}mv^2$$

無限のかなたへたどり着くには、$v \geqq 0$ ならよいので

$$\frac{1}{2}mv^2 \geqq 0 \qquad \text{すなわち} \qquad \frac{1}{2}mV^2 + \left(-G\frac{Mm}{R}\right) \geqq 0$$

よって　$V \geqq \underline{\sqrt{\frac{2GM}{R}}}$

この値が第 2 宇宙速度である。

② $g = \frac{GM}{R^2}$ を使って変形すると　第 2 宇宙速度 $= \underline{\sqrt{2gR}}$

③ 第 2 宇宙速度 $V = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6}$

$= \sqrt{2 \times 98 \times 64 \times 10^4}$

$= \sqrt{4 \times 49 \times 64 \times 10^4}$

$= \sqrt{2^2 \times 7^2 \times 8^2 \times (10^2)^2}$

$= 2 \times 7 \times 8 \times 10^2$

$\fallingdotseq \underline{1.1 \times 10^4\ \mathrm{m/s}}$