2005年　名古屋大学 1 (3) (5) (6)

(3)　$M' = \rho \times \frac{4}{3}\pi|x|^3 = \underline{\frac{4}{3}\pi\rho|x|^3}$

$0 \leqq x < R$ の場合

$$f = -G\frac{mM'}{|x|^2} = -\frac{4}{3}\pi\rho Gm|x| = \underline{-\frac{4}{3}\pi\rho Gmx}$$

$-R < x < 0$ の場合

$$f = G\frac{mM'}{|x|^2} = \frac{4}{3}\pi\rho Gm|x| = \underline{-\frac{4}{3}\pi\rho Gmx}$$

(5)　(3)で求めた力は

・中心 O からのずれ$|x|$に比例し、

・中心 O の向きに働く

力であるので、復元力である。
よって、物体 A は単振動することが分かる。

(6)　単振動の周期$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{4}{3}\pi\rho Gm}} = \sqrt{\frac{3\pi}{\rho G}}$　なので、

　惑星表面から中心に達するまでの時間$t_1 = \frac{1}{4}T = \underline{\frac{1}{4}\sqrt{\frac{3\pi}{\rho G}}}$

また、この単振動はばね定数$\frac{4}{3}\pi\rho Gm$のばねによって振幅Rで単振動するのと同じなので、次のように力学的エネルギー保存則を書くことができる。

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi\rho Gm\cdot R^2 = \frac{1}{2}m{v_1}^2$$

これを解いて

$$v_1 \ = \ \underline{2R\sqrt{\frac{\pi\rho G}{3}}}$$

と求められる。