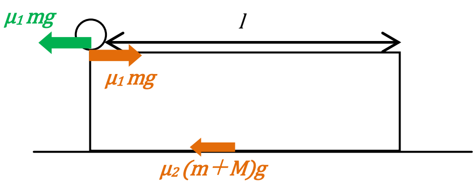
2011 年　大阪大学 $\boxed{1}$ II

(問 4,5 のみ。加速度を求めさせるようアレンジする)

解法：2 物体それぞれの加速度でなく、「相対加速度」を考える

小物体 P、台 B ともに動く。その運動を別々に考えると難しいが、 B から見た P の運動を考えればラク。 このときには、B から見た P の「相対加速度」を利用する。 2 つの物体が異なる加速度で運動するときには、この考え方が有効。

(解説)



小物体 P、台 B にはそれぞれ上のような力が働くので、それぞれ運動方程式を書くと

小物体 P：$\mathrm{m}a_P = -\mu_1 \mathrm{mg}$

台 B　　：$Ma_B = \mu_1 mg - \mu_2(m+M)g$

よって、

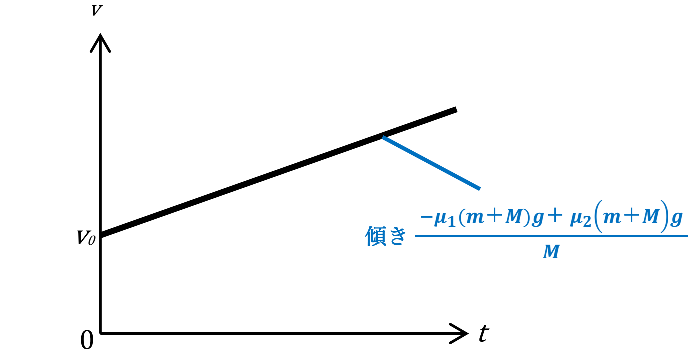
P の加速度 $a_P = -\mu_1 \mathrm{g}$

B の加速度 $a_B = \dfrac{\mu_1 mg - \mu_2 (m+M) g}{M}$

と求まる。つまり、P と B はそれぞれ等加速度直線運動するのだが、その運動を別々に考えて P が B を飛び出す瞬間を考えるのは大変である。そこで B から見た P の運動を考える。

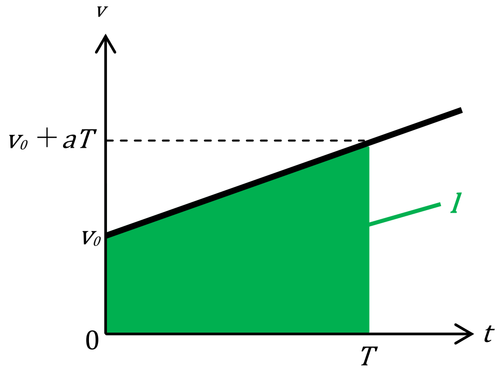
B から P の運動を見ると、加速度$a_P - a_B = \dfrac{-\mu_1(m+M)g + \mu_2(m+M)g}{M}$ で

長さ L だけ移動する等加速度直線運動であるので、$v-t$ グラフを描くと



($\mu_1 > \mu_2$の場合は 傾き<0 となるが、問題を解く上で傾きの正負は関係ない)

問 4,5　小物体 P が台 B を離れる瞬間の時刻 T をグラフへ書き込むと



(相対加速度を a と置いた)

台形の面積 $= \dfrac{v_0 + (v_0 + aT)}{2} \times T = l$

となる時刻 $T = \dfrac{-v_0 + \sqrt{{v_0}^2 + 2al}}{a} = \dfrac{M\left(-v_0 + \sqrt{{v_0}^2 + \frac{2lg(m+M)(\mu_2-\mu_1)}{M}}\right)}{(m+M)(\mu_2-\mu_1)g}$

また、$v_1 = v_0 + aT = \sqrt{{v_0}^2 + \dfrac{2lg(m+M)(\mu_2-\mu_1)}{M}}$