2012年　東京大学 $\boxed{1}$ I

解法：「力学的エネルギー保存則」と「運動量保存則」を組合せて用いる

「力学的エネルギー保存則」、「運動量保存則」を

使えるときには、指示がなくても使う(使わないと解けない)

使えないときには、使ってはならない(使うと誤った解答を得る)

「力学的エネルギー保存則」を使えるのは

物体に非保存力が仕事しないとき

弾性衝突のとき

「運動量保存則」を使えるのは

物体に外力が働かないとき

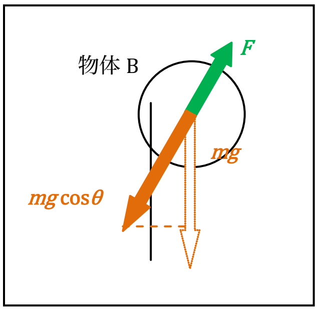
(働いていても、それに垂直な方向では使える)

Ⅰ(1)　物体 B には非保存力が仕事していないので、

物体 B について「力学的エネルギー保存則」を使って

$$mgl = \frac{1}{2}mv^2 + mgl\cos\theta \qquad \text{よって} \quad v = \underline{\sqrt{2gl(1-\cos\theta)}}$$

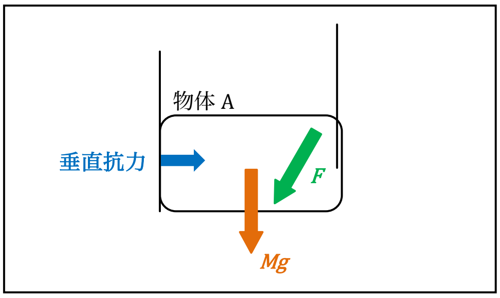
(2)　物体 B は円運動しているので、



円運動の運動方程式　$m\dfrac{v^2}{l} = mg\cos\theta - F$

ここへ(1)の答えを代入して　$F = \underline{mg(3\cos\theta - 2)}$

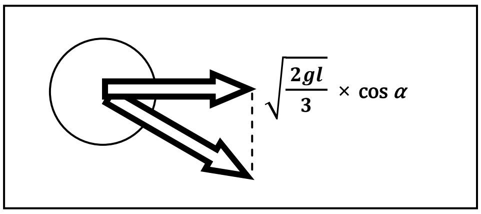
(3)　壁から**<u>離れる</u>**瞬間 ＝ 壁からの**<u>垂直抗力が 0</u>**　のときなので



上の図から、垂直抗力が 0 となるのは $F = 0$ のときであることが分かる。

よって、F ＝ $mg(3\cos\alpha - 2) = 0$　より　$\cos\alpha = \underline{\dfrac{2}{3}}$

(4)　$\theta=\alpha$のとき　　物体 B の速さ $v=\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}=\sqrt{\dfrac{2gl}{3}}$



よって、物体 B の運動量の水平成分 $P=m\cdot\sqrt{\dfrac{2gl}{3}}\cdot\dfrac{2}{3}=\underline{\dfrac{2}{3}m\sqrt{\dfrac{2gl}{3}}}$

(5)　(4)の状態から、物体 B が物体 A の真横へ来るまでの間、

A と B を一体と考えると、重力と垂直抗力以外の外力を受けていない。

重力も垂直抗力も鉛直方向に働くので、それに垂直な水平方向については

運動量保存則を使うことができる。

よって、水平方向の運動量保存則：$P=(M+m)V$

これを解いて　$V=\underline{\dfrac{P}{M+m}}$

(6)　(4)の状態 → (5)の状態($\theta=90°$) → **弾性衝突** → (6)の状態($\theta=\beta$)　の間、

物体 A と B を一体と考えると

非保存力から仕事されていない

→「力学的エネルギー保存則」を使える

鉛直方向にしか外力を受けていない

→ 水平方向について「運動量保存則」を使える

力学的エネルギー保存則：$mgl = mgl\cos\beta + \frac{1}{2}(M+m)v^2$

(v：A、B の速さ･･･$\theta = \beta$のときには B が A に対して静止するので、速さが等しい)

水平方向の運動量保存則：$P = (M+m)v$

2 式から　　$\cos\beta = 1 - \dfrac{P^2}{2mgL\left(M+m\right)}$