

解法：複雑な円運動は、一緒に円運動する立場からの方が考えやすい

(解説)

問 1 10 回転するのに 60 秒かかるので、周期(1 回転するのにかかる時間)は

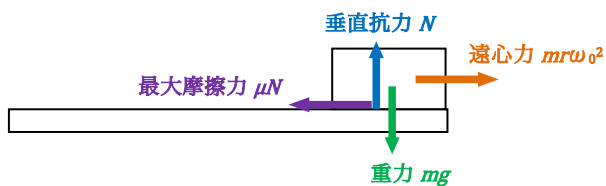
$$\frac{60}{10} = \underline{6 \text{ 秒}}$$

$$\text{角速度 } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \underline{\frac{\pi}{3} \text{ (rad/s)}}$$

問 2 小物体の円運動の半径(円盤の回転軸から小物体までの距離)を $r(\text{m})$ とすると

$$\text{小物体の速度 } v = r\omega = \underline{\frac{\pi}{3} r(\text{m/s})}$$

問 3 小物体が動き出す(滑り出す)直前には、小物体には最大摩擦力が働くので、一緒に円運動する立場からは、次のように見える。

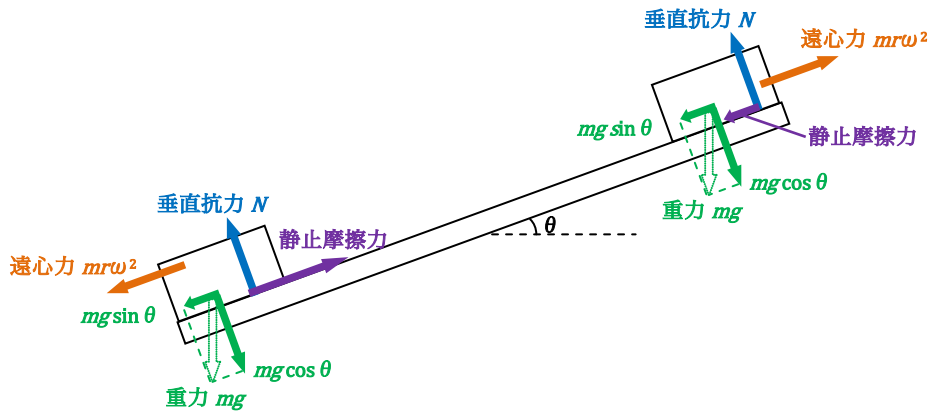


動き出す直前には、ギリギリ力はつりあっているので

$$\text{遠心力 } mr\omega_0^2 = \text{最大摩擦力 } \mu mg$$

$$\text{よって 静止摩擦係数 } \mu = \underline{\frac{r\omega_0^2}{g}}$$

問4 角速度 ω で回転しているとき、一緒に円運動する立場からは次のように見える。



この図から、角速度 ω を大きくしていくと、必要な静止摩擦力も大きくなり、それが最初に最大摩擦力に達するのは、物体が最下点にあるときであることが分かる。よって、最下点において静止摩擦力が最大摩擦力 μN になった瞬間(滑り出す直前)について、力のつりあいを書くと

$$N = mg \cos \theta$$

$$mr\omega^2 + mg \sin \theta = \mu N$$

2式から
$$\omega = \sqrt{\frac{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}{r}}$$

また、問3から
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$$

よって
$$\frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{\mu \cos \theta - \sin \theta}{\mu}}$$