2012 年　九州大学 $\boxed{1}$

解法：途中でいろいろな過程を経ても、トータルで

「最初の力学的エネルギーの和」＋「非保存力の仕事」

＝「最後の力学的エネルギーの和」

を使う

解法：ラクな形のエネルギーの式を使う。

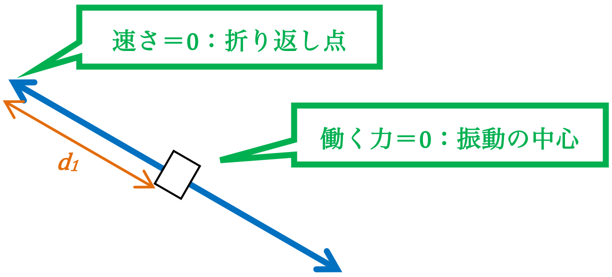
解法：床との衝突のポイント(滞空時間 e 倍、最高点の高さ e^2 倍)を使う

(解説)

問 1(1)　斜面に沿った方向の力のつりあい　$kd_1 = mg\sin\theta$

から　$d_1 = \dfrac{mg\sin\theta}{k}$

(2)



振幅 $A = d_1 = \dfrac{mg\sin\theta}{k}$　周期 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

また、エネルギー保存則をラクな形の式で書いて

振動の中心　　　上側の折り返し点(点 P)

$$\frac{1}{2}mv_{max}{}^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

よって、

$$v_{max} = \underline{g\sin\theta\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

(3)　力学的エネルギー保存則を使って

点 P　　　点 Q

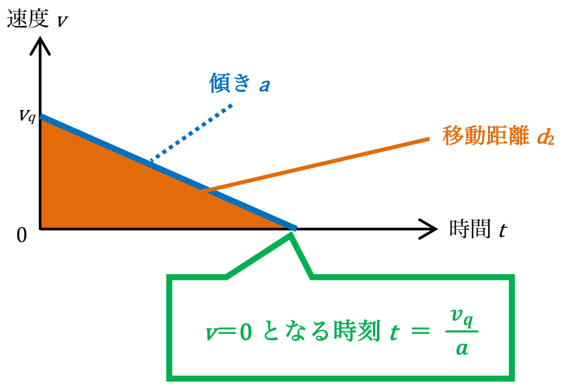
$$mgl\sin\theta = \frac{1}{2}mv_q{}^2$$

よって　$v_q = \underline{\sqrt{2gl\sin\theta}}$

(4)　減速中の小物体について運動方程式を書くと

$$ma = mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta$$

よって、$a < 0$ より　　$|a| = \underline{g(\mu\cos\theta - \sin\theta)}$



時刻 $t = \frac{v_q}{a} = \underline{\frac{1}{\mu\cos\theta - \sin\theta}\sqrt{\frac{2l\sin\theta}{g}}}$

移動距離 $d_2 = \frac{1}{2} v_q t = \underline{\frac{l\sin\theta}{\mu\cos\theta - \sin\theta}}$

(5)　いろいろな過程を経るが、トータルで

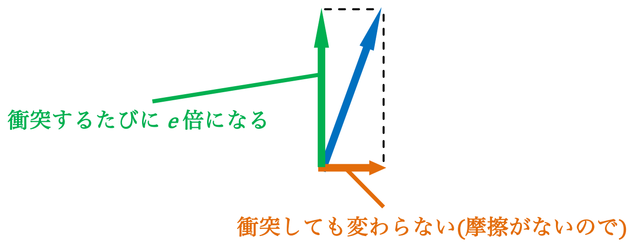
「最初の力学的エネルギーの和」+「非保存力の仕事」=「最後の力学的エネルギーの和」

を書けばよい。

$$\overset{\text{最初}}{mg(2l+d_3)\sin\theta + \frac{1}{2}kd_3{}^2} + \overset{\text{非保存力の仕事}}{(-\mu mg\cos\theta \times l)} = \overset{\text{最後(点 R)}}{\frac{1}{2}mv_R{}^2}$$

よって　$v_R = \underline{\sqrt{\frac{k}{m}d_3{}^2 + 2g\left(2l+d_3\right)\sin\theta - 2\mu gl\cos\theta}}$

問 2　(1)



よって　$v_{1x} = \underline{v_0 \cos\alpha}$　$v_{1y} = \underline{ev_0 \sin\alpha}$

$v_{2x} = \underline{v_0 \cos\alpha}$　$v_{2y} = \underline{e^2 v_0 \sin\alpha}$

(2)　$v_{nx} = \underline{v_0 \cos\alpha}$　$v_{ny} = \underline{e^n v_0 \sin\alpha}$

(3)　滞空時間$\varDelta t$は、1 回衝突するごとに e 倍になる。

また、$\varDelta t_1 = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$ であるので

$$\varDelta t_n = \underline{\frac{2e^{n-1}v_0\sin\alpha}{g}}$$

(4)　速度の x 成分は $v_0\cos\alpha$ で一定なので、$\varDelta x_n = v_0\cos\alpha \times \varDelta t_n$ である。

よって、$\varDelta x_n = \dfrac{2e^{n-1}v_0{}^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \dfrac{e^{n-1}v_0{}^2\sin2\alpha}{g}$ なので

$$x_n = \frac{e^0v_0{}^2\sin2\alpha}{g} + \frac{e^1v_0{}^2\sin2\alpha}{g} + \frac{e^2v_0{}^2\sin2\alpha}{g} + \cdots + \frac{e^{n-1}v_0{}^2\sin2\alpha}{g}$$

$$= \underline{\frac{1-e^n}{1-e}\cdot\frac{v_0{}^2\sin2\alpha}{g}}$$

(5)　$n \to 0$ で $e^n \to 0$ となるので　$x_n = \underline{\dfrac{v_0{}^2\sin2\alpha}{(1-e)g}}$

(6)　$q_n = \dfrac{1}{2}mv_{n-1}{}^2 - \dfrac{1}{2}mv_n{}^2 = \dfrac{1}{2}m(v_{(n-1)x}{}^2 + v_{(n-1)y}{}^2) - \dfrac{1}{2}m(v_{nx}{}^2 + v_{ny}{}^2)$

$= \underline{\dfrac{1}{2}m(v_{(n-1)y}{}^2 - v_{ny}{}^2)}$　　　($v_{(n-1)x} = v_{nx}$ なので)

(7)　$Q_f = q_1 + q_2 + \cdots + q_n$

$= \dfrac{1}{2}m(v_{0y}{}^2 - v_{1y}{}^2) + \dfrac{1}{2}m(v_{1y}{}^2 - v_{2y}{}^2) + \cdots + \dfrac{1}{2}m(v_{(n-1)y}{}^2 - v_{ny}{}^2)$

$= \dfrac{1}{2}m(v_{0y}{}^2 - v_{ny}{}^2)$

$= \dfrac{1}{2}m\{(v_0\sin\alpha)^2 - (e^n\sin\alpha)^2\}$

$\fallingdotseq \underline{\dfrac{1}{2}mv_0{}^2\sin^2\alpha}$