2012年　大阪大学［1］

解法：床との衝突のポイント(滞空時間 e倍、最高点の高さe^2倍)を使う

解法：前問の結果を利用する

解法：「反発係数」＝$\left|\dfrac{\text{衝突後の相対速度}\left(\text{A から見た B の速度}\right)}{\text{衝突前の相対速度}\left(\text{A から見た B の速度}\right)}\right|$

(解説)

問１　衝突直前の速さを Vとすると、力学的エネルギー保存則を使って

$$\frac{1}{2}M_AV^2 = M_Agh$$

よって

$$V = \sqrt{2gh}$$

反発係数 eで衝突するので、衝突直後の速さは　$\underline{e\sqrt{2gh}}$　となる。

問２　反発係数 eで衝突すると、最高点の高さはe^2倍になるので　$\underline{e^2h}$　となる。

問３　衝突の問題なので、次の２式を書けばよい

$$\begin{cases} \text{運動量保存の式：} M_AV_A + M_BV_B = M_AV_A{}' + M_BV_B{}' \\ \text{反発係数の式　：} 1 = \dfrac{V_B{}' - V_A{}'}{V_A - V_B} \end{cases}$$

２式から　$V_A{}' = \underline{\dfrac{M_A - M_B}{M_A + M_B}V_A + \dfrac{2M_B}{M_A + M_B}V_B}$

$$V_B{}' = \underline{\frac{2M_A}{M_A + M_B}V_A - \frac{M_A - M_B}{M_A + M_B}V_B}$$

問 4　問 3 の答えの分母･分子それぞれをM_A で割ると

$$V_A{}' = \frac{1-\frac{M_B}{M_A}}{1+\frac{M_B}{M_A}} V_A + \frac{2\frac{M_B}{M_A}}{1+\frac{M_B}{M_A}} V_B \fallingdotseq \underline{V_A}$$

$$V_B{}' = \frac{2}{1+\frac{M_B}{M_A}} V_A - \frac{1-\frac{M_B}{M_A}}{1+\frac{M_B}{M_A}} V_B \fallingdotseq \underline{2V_A - V_B}$$

※ M_A がM_B より充分大きい場合というのは、ちょうど A が動かない床の場合と同じである。このとき、弾性衝突が起きても A の速度(V_A＝0)は変化せず、B の速度は－ V_B になる。

上の結果はこのことに合致している。

このように、極端な場合を考えることで検算ができる。

問 5　衝突前の A と B の相対速度(A から見た B の速度)は

$$V_B - V_A = -\sqrt{2gh} - e\sqrt{2gh} = -(1+e)\sqrt{2gh}$$

A と B は弾性衝突するので、衝突後も相対速度の大きさは変わらない。

よって、衝突後の A から見た B の速度は　$\underline{(1+e)\sqrt{2gh}}$

問 6　M_A がM_B より充分大きいので、衝突が起きても A の速度は $e\sqrt{2gh}$のまま変わらないので、

A から見た B の速度 ＝ (床から見た)B の速度 － (床から見た)A の速度

の関係から

(床から見た)B の速度 ＝ A から見た B の速度 ＋ (床から見た)A の速度

$$= (1+e)\sqrt{2gh} + e\sqrt{2gh}$$

$$= \underline{(1+2e)\sqrt{2gh}}$$

問 7　衝突によって B の速度は$(1+2e)$倍になるので、

最高点の高さは$(1+2e)^2$倍になり　$\underline{(1+2e)^2 h}$

問 8　M_A がM_B より充分大きい場合、

$V_A{}' = V_A$

$V_B{}' = 2V_A - V_B$

になるという問 4 の結果を利用すると、

M_B がM_C より充分大きいので、

$V_B{}'' = V_B{}'$

$V_C{}' = 2V_B{}' - V_C$

$V_B{}' = (1+2e)\sqrt{2gh}$　、　$V_C = -\sqrt{2gh}$　を代入して

$V_C{}' = \underline{(3+4e)\sqrt{2gh}}$

問 9　小球 C の最高点の高さは　$(3+4e)^2 h$　になるので、

$(3+4e)^2 = 36$　　よって　$e = \underline{\dfrac{3}{4}}$