

2012年 東北大学 1 問(1)

解法：ばね定数 K_1 、 K_2 のばねを

$$\text{直列につないだときのばね定数 } K \text{ は } \frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

$$\text{並列につないだときのばね定数 } K \text{ は } K = K_1 + K_2$$

と求められる

(解説)

(a) 小物体の力のつりあい： $mg = k_2x_2$

ばね1とばね2の間での作用と反作用： $k_1x_1 = k_2x_2$

$$\text{よって } x_1 = \frac{mg}{k_1} \quad x_2 = \frac{mg}{k_2}$$

(b) $\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ より

$$K = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$$

※ この結果は、次のように考えることで求められる。

ばね1とばね2は合わせて $\frac{mg}{k_1} + \frac{mg}{k_2}$ だけ伸び、重力 mg を支えているので

$$K \left(\frac{mg}{k_1} + \frac{mg}{k_2} \right) = mg$$

(c) (b)の結果から、例えば k_1 と k_2 が等しいとき

$$K = \frac{1}{2} k_1 \left(= \frac{1}{2} k_2 \right)$$

と求められることが分かる。

これは、ばねの長さが2倍になるとばね定数は $\frac{1}{2}$ 倍になることを表している。

逆に、ばねの長さが $\frac{1}{n}$ 倍になれば、ばね定数は n 倍になる。