2013 年　名古屋大学　問題 I

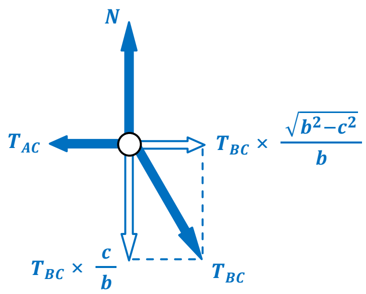
解法：複数の物体をまとめて 1 つの物体と考えれば、物体間で及ぼしあう力を

考えなくてよくなる

解法：「単原子分子」という言葉があったら $U = \dfrac{3}{2}nRT$ を使う

(解説)

(1) 点 C に働く力のつりあいを考える



図より

$$T_{BC} \times \frac{c}{b} = N$$

$$T_{BC} \times \frac{\sqrt{b^2-c^2}}{b} = T_{AC}$$

なので、これを解いて

$$\underline{T_{BC} = \frac{b}{c}N} \qquad \underline{T_{AC} = \frac{\sqrt{b^2-c^2}}{c}N}$$

(2) T_{AC} はばねの力なので

$$T_{AC} = k\{(\sqrt{a^2-c^2} + \sqrt{b^2-c^2}) - l\}$$

ここへ(1)の答えを代入して整理すると

$$l \ = \ \sqrt{a^2 - c^2} \ + \ \sqrt{b^2 - c^2}\,(1 - \frac{N}{kc}\,)$$

(3) 糸･棒･回転軸･台･ばね･おもりをまとめて 1 つの物体と考えれば、それぞれの間で及ぼしあう力のモーメントは考えずにすみ、おもりに働く重力 Mg と台に働く垂直抗力 N のモーメントだけのつりあいを考えればよくなる。

式にすると

$$Mg\sqrt{a^2 - c^2} \ = \ N(\sqrt{a^2 - c^2} + \sqrt{b^2 - c^2}\,)$$

であり、これを解いて

$$N \ = \ \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{\sqrt{a^2 - c^2} + \sqrt{b^2 - c^2}}\,Mg$$

(4) 理想気体の圧力を P とすると

ピストンに働く力のつりあい：$p_o S \ + \ T_{BC} \ = \ PS$

温度一定なので圧力と体積は反比例：$p_o \cdot SL_o \ = \ P \cdot SL$

が書け、2 式から P を消去して

$$L_o \ = \ (1 + \frac{T_{BC}}{p_0 S}\,)\,L$$

(5) T_{BC} の変化が無視できることから、理想気体は定圧変化すると考えてよい。よって、

気体がされた仕事 $W \ = \ -P \cdot S \varDelta L$

であり、理想気体は単原子分子であるので

$$\varDelta U \ = \ \frac{3}{2}\ P\varDelta V \ = \ \frac{3}{2}\ P \cdot S\varDelta L$$

である。これらを熱力学第 1 法則へ代入すると

$$\frac{3}{2}\ P\cdot S\varDelta L\ =\ \varDelta Q\ -P\cdot S\varDelta L$$

整理すると

$$\varDelta L\ =\ \frac{2\varDelta Q}{5PS}$$

ここへ、(4)のピストンに働く力のつりあいの式から求められる $P\ =\ p_o\ +\ \frac{T_{BC}}{S}$ を

代入して整理すると

$$\varDelta L\ =\ \frac{2\varDelta Q}{5(p_0S+T_{BC})}$$

(6) ここでは、糸･棒･回転軸･台･ばね･おもりに加えて理想気体をまとめて１つの物体と考え、エネルギーの関係を考える。

この１つの物体に対して熱 $\varDelta Q$ が与えられ、その結果

理想気体の内部エネルギーが $\varDelta U\ =\ \varDelta Q\ -P\cdot S\varDelta L$ だけ増加

おもりの重力による位置エネルギーが $Mg\varDelta e$ だけ増加

ばねのエネルギーが $T_{AC}\varDelta x$ だけ増加

する。

ばねの力は T_{AC} で一定なので、$\varDelta x$ だけ伸びることで仕事する能力が $T_{AC}\times\varDelta x$ だけ増加すると考えれば、求められる。

あるいは、変化前のばねの伸びを x とすると、ばねのエネルギーの変化は

$$\frac{1}{2}\ k(x+\varDelta x)^2\ -\ \frac{1}{2}\ kx^2\ =\ kx\varDelta x\ +\ \frac{1}{2}\ k\varDelta x^2$$

であり、$\varDelta x$ が微小であることから、これが

$$kx\varDelta x$$

と近似できることと、$kx\ =\ T_{AC}$ であることからも求められる。

また、忘れてはならないのは理想気体が外部(大気圧)に対し $p_o S\varDelta L$ の仕事をすること。

これらの関係を式にすると

$$\varDelta Q = (\varDelta Q - P \cdot S\varDelta L) + Mg\varDelta e + T_{AC}\varDelta x + p_o S\varDelta L$$

であり、$P = p_o + \frac{T_{BC}}{S}$ を代入して整理すると

$$\underline{\varDelta e = \frac{1}{Mg}(T_{BC}\varDelta L - T_{AC}\varDelta x)}$$

と求められる。