2013 年　東北大学　1 (2)～(4)

解法：見かけの下向きを考える

解法：面から離れる瞬間：垂直抗力 $N=\ 0$

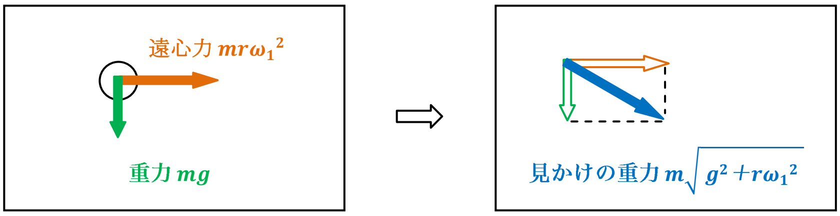
　　　糸がたるむ瞬間　：糸の張力 $T=\ 0$

解法：前問の結果を利用する

(解説)

(2)

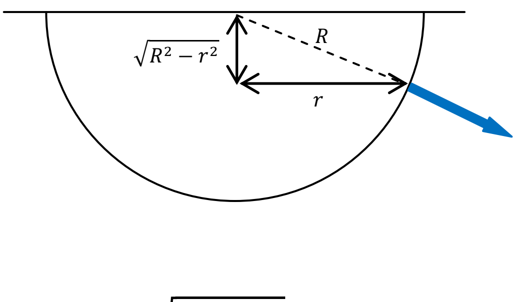
(a) 小球と一緒に円運動する視点からは、次のように見える




一緒に円運動する視点からは、小球は静止して見えるので、この見かけの重力(見かけの下向き)が面に垂直であればよい。よって

$$g : r\omega_1{}^2 = \sqrt{R^2-r^2} : r$$

であればよい。

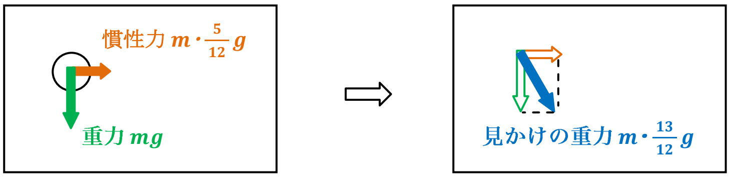



よって　$\omega_1 = \sqrt{\dfrac{g}{\sqrt{R^2-r^2}}}$

(b) 周期 $T = \dfrac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\sqrt{R^2-r^2}}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{R\sqrt{1^2-(\frac{r}{R})^2}}{g}} \fallingdotseq \underline{2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}}$

(3)

(a) 台車に乗って円運動はしない視点からは、次のように見える




円運動の軸は見かけの下向きに平行なので、$\sin\varphi = \underline{\dfrac{5}{13}}$

(b) (2)と違うのは、見かけの重力加速度が $g$ から $\dfrac{13}{12}g$ に変わったということである。

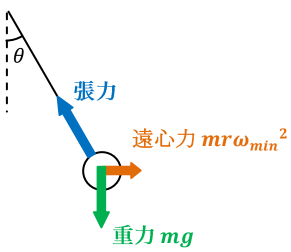
よって、(2)の(a)の答えのが $g$ を $\dfrac{13}{12}g$ にして、

$$\underline{\omega_1 = \sqrt{\dfrac{13g}{12\sqrt{R^2-r^2}}}}$$

(4)

(a) 角速度が $\omega_{min}$ のときに小球は面から離れようとするので、そのとき小球が面から受ける垂直抗力 $N = 0$ である。

よって、小球と一緒に円運動する視点から見ると小球に働く力は次のようになり、小球は静止して見えるので



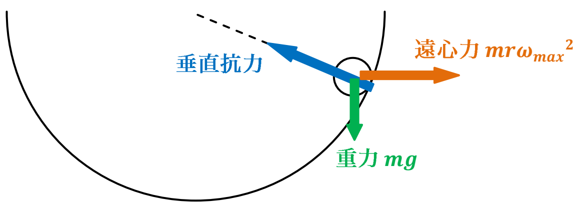
$$\frac{mr{\omega_{min}}^2}{mg} = \tan\theta$$

であり、$r = l\sin\theta$ を代入して整理すると

$$\omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}} = \sqrt{\frac{g}{l\cdot\frac{l}{2R}}} = \frac{\sqrt{2gR}}{l}$$

(b) 角速度が $\omega_{max}$ のときにひもがたるもうとするので、そのとき小球がひもから受ける張力 $T = 0$ である。

よって、小球と一緒に円運動する視点から見ると小球に働く力は次のようになり、小球は静止して見える。




このとき、$\omega_{max}$ は(2)の(a)のときと同じ値をとる。

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{R^2-r^2}}}$$

ここへ $r = l\sin\theta = l\frac{\sqrt{R^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}}{R}$ を代入して整理すると

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{2gR}{l^2-2R^2}}$$