2013 年　東京大学　第 1 問

解法：質量の等しい 2 物体が弾性衝突すると、速度が入れ替わる

解法：力のつりあう位置が単振動の中心となる

(解説)

Ⅰ(1) 力学的エネルギー保存則を使って

$$\frac{1}{2}ks^2 = \frac{1}{2}kd^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

よって

$$v = \underline{\sqrt{\frac{k}{m}(s^2 - d^2)}}$$

(2) 質量の等しい 2 物体が弾性衝突するので、速度が入れ替わる。よって

小球 1：$\underline{0}$　　小球 2：$\underline{\sqrt{\frac{k}{m}(s^2 - d^2)}}$

(3) 小球 1：衝突直後に速度が 0 となる。速度 0 となるのは単振動の折返し点なので、小球 1 は振幅 d の単振動をすることが分かる。よって、最大の縮みは $\underline{d}$

小球 2：ばねの自然長＝単振動の中心で衝突するので、振幅を A として力学的エネルギー保存則を使うと

$$\frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{k}{m}(s^2 - d^2)}\right)^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

よって、

$$A = \underline{\sqrt{s^2 - d^2}}$$

(4) (3)の答えに $s = \sqrt{2}d$ を代入すると、$A = d$ となる。

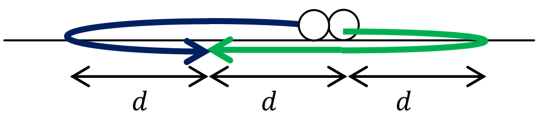
つまり、小球 1、2 ともに同じ振幅 d で単振動することになる。

また、その周期はともに $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ と等しい。

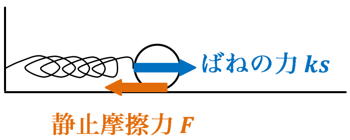
これらのことから、最初の衝突から再衝突までの間に 2 つの小球は次のように運動することが分かり、求める時間は

$$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \times \frac{3}{4} = \underline{\frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

である。



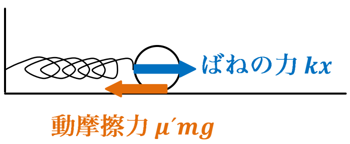
II (1)



静止摩擦力 $F = ks \geqq$ 最大摩擦力 μmg　なら小球は動き出すので、求める条件は

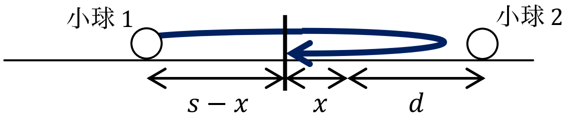
$$\underline{s \geqq \frac{\mu mg}{k}}$$

(2) 小球は単振動する。小球に働く力がつりあう位置が単振動の中心となるので、



x：ばねの縮み

$kx = \mu' mg$　より　$x = \dfrac{\mu' mg}{k}$　だけ自然長から縮んだ位置が単振動の中心となることが分かる。



図から、小球 1 が小球 2 に衝突するためには

$$d + x \leqq s - x$$

すなわち

$$s \geqq d + 2x = \underline{d + \frac{2\mu' mg}{k}}$$

であればよいことが分かる。