2013 年　東京工業大学　1

解法：相対速度(相対加速度)を利用する

解法：前問の結果を利用する

(解説)

(a) 力学的エネルギー保存則　$\frac{1}{2}mv_A{}^2 + \frac{1}{2}mv_B{}^2 = \frac{1}{2}mv'_A{}^2 + \frac{1}{2}mv'_B{}^2$

運動量保存則　$mv_A + mv_B = mv'_A + mv'_B$

2 式を解いて　$v'_A = \underline{v_B}$　　$v'_B = \underline{v_A}$

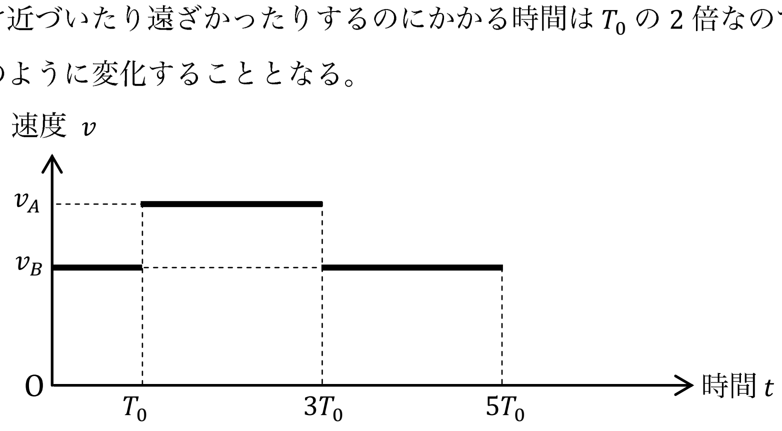
(b) ひもが張るまでの間、A と B は相対速度 $v_A - v_B$ で距離 $\frac{L}{2}$ だけ遠ざかる。

よって、$T_0 = \underline{\frac{L}{2(v_A - v_B)}}$

また、ひもが張ったあとも A と B は相対速度 $v_A - v_B$ で近づき、距離 $L$ だけ近づいたときに弾性衝突する。

弾性衝突では(a)と同じ式が成り立つので、再び速度が入れ替わる。つまり、A と B は相対速度 $v_A - v_B$ で遠ざかるので、距離 $L$ だけ離れたときが 2 回目にひもが張るときとなる。

距離 $L$ だけ近づいたり遠ざかったりするのにかかる時間は $T_0$ の 2 倍なので、物体 B の速度は次のように変化することとなる。



(c) 重力によって生じる加速度の大きさはAとBとで等しいので、AとBの加速度の差は

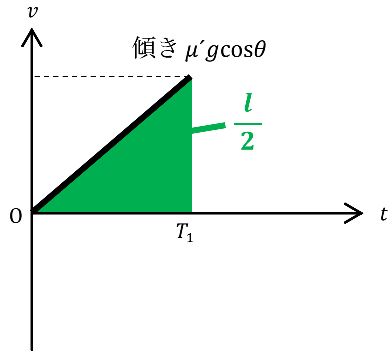
B に働く動摩擦力によって生じる。

B に働く動摩擦力によって生じる加速度の大きさは $\dfrac{\mu' mg\cos\theta}{m} = \mu' g\cos\theta$ である。

よって、B から見て A は(A から見て B は)相対加速度 $\mu' g\cos\theta$ で遠ざかっていき、

距離 $\dfrac{l}{2}$ だけ離れる時刻が $T_1$ であることから、B から見た A の速度(相対速度) $v$ は次

のように変化し、




$$\frac{1}{2}\mu' g\cos\theta \cdot T_1{}^2 = \frac{l}{2}$$

より

$$T_1 = \underline{\sqrt{\frac{l}{\mu' g\cos\theta}}}$$

(d) 力学的エネルギーの和と運動量の和が保存することから、(a)と同じように速度変化が

起こることが分かる。

すなわち、ひもが張った瞬間に A と B の速度は入れ替わる。

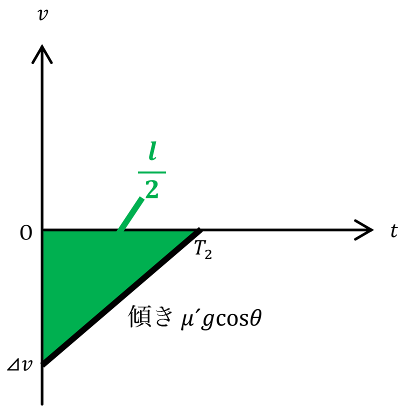
よって、(c)のグラフから

$$\varDelta v = -\mu' g\cos\theta \cdot T_1 = \underline{-\sqrt{\mu' gl\cos\theta}}$$

(e) A と B の間の相対加速度の大きさは(c)の場合と変わらないので、

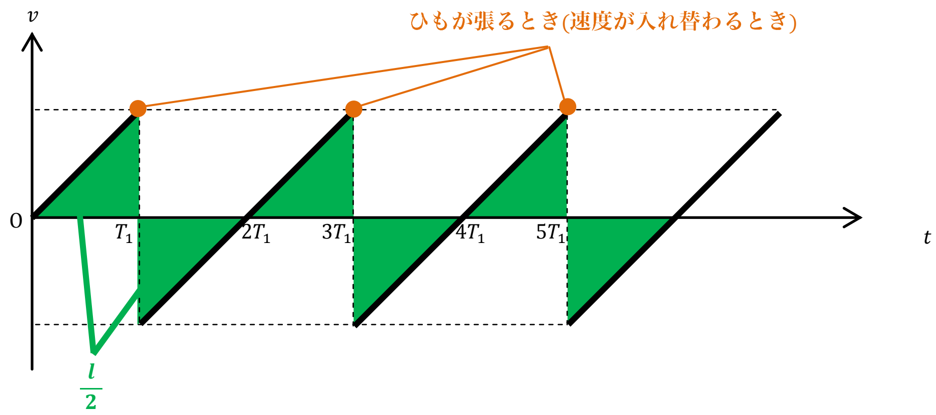
B から見て A は相対加速度 $\mu' g\cos\theta$ で近づいてくるように見える。

よって、B から見た A の速度(相対速度) $v$ は次のように変化するので、




$$T_2 = T_1 = \underline{\sqrt{\frac{l}{\mu' g\cos\theta}}} \qquad \Delta V = \underline{0} \qquad \text{となる。}$$

(f) 時刻 $t = 0$ から、B から見た A の相対速度 $v$ は時刻 $t$ とともに次のように変化していく。

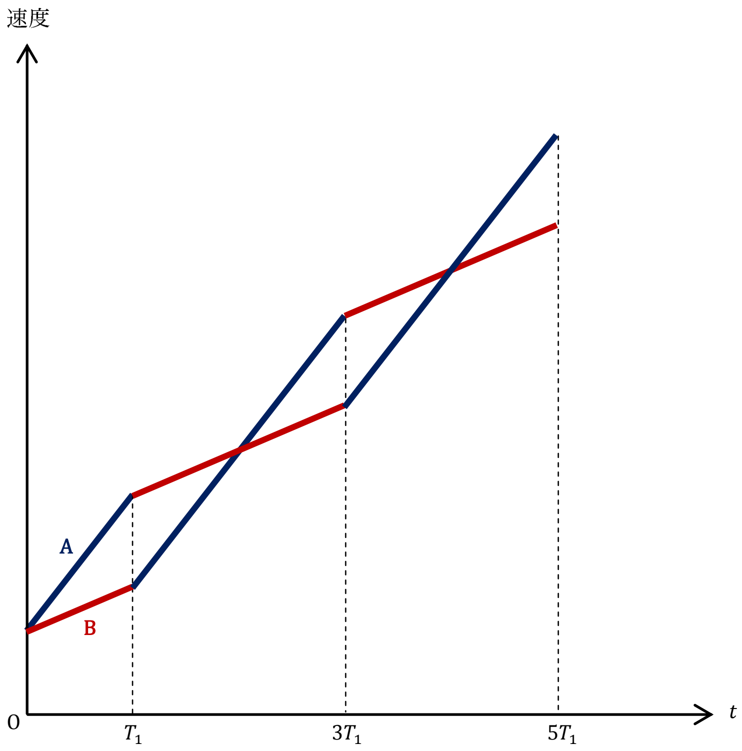



また、

$$\text{A の加速度} = g\sin\theta \quad > \quad \text{B の加速度} = g\sin\theta - \mu' g\cos\theta$$

である。

これらのことから、A、B それぞれの速度変化は次のように表すことができる。



速度
A
B
0
t
$T_1$
$3T_1$
$5T_1$