2013年　筑波大学　Ⅰ

解法：瞬間的に円運動から等速直線運動に切り替わる

解法：重心の視点から2物体の単振動を考える

(解説)

問1 力学的エネルギー保存則 $\frac{1}{2}mv_1{}^2 = mgh$ より $v_1 = \underline{\sqrt{2gh}}$

問2　Bを通過する直前：物体は円運動しているので、運動方程式を書いて

$$m\frac{v_1{}^2}{r} = N_1 - mg$$

よって

$$N_1 = \frac{2mgh}{r} + mg$$

Bを通過した直後：物体は等速直線運動するので、力のつりあいを書いて

$$N_2 = \underline{mg}$$

問3 時間tは単振動の周期の$\frac{1}{4}$なので、$t = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \times \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$

問4 物体1が点Aにあるときからばねの長さが最小になるまで力学的エネルギーは保存されるので

$$mgh = \frac{1}{2}kx_1{}^2$$

よって

$$x_1 = \underline{\sqrt{\frac{2mgh}{k}}}$$

問 5　物体 1・物体 2・ばねを合わせて 1 つの物体と考え、その重心から見ると物体 1、物体 2 はともにばね定数 $2k$ のばねによって単振動するように見える。

最初の物体 1 の運動量と重心の運動量は等しくなるので、

$$mv_1 = 2m \cdot v$$

よって、重心の速度 $v = \sqrt{\frac{gh}{2}}$ であり、ばねが最も縮んだときには物体 1 も 2 も

重心から静止して見えるので、

$$v_2 = v_3 = v = \underline{\sqrt{\frac{gh}{2}}}$$

問 6　重心から見た物体 2 の単振動について、力学的エネルギー保存則を書くと

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 2k \cdot \left(\frac{x_2}{2}\right)^2$$

よって

$$x_2 = \underline{\sqrt{\frac{mgh}{k}}}$$

問 7　ばねが自然長になったときというのは、重心から見た単振動が中心を通るときなので、そのときの物体 1 の重心から見た速さは v である。

つまり、静止した視点から見た物体 1 の速さは $\underline{0}$ である。

※　物体 1 と物体 2 はばねを介して弾性衝突することになるので、2 つの質量が等しいことからその速度が入れ替わる、と考えれば簡単に求められる。