

物 理

注意 問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲの3題である。

Ⅰ 水平な床上に長さ L [m]，質量 M [kg] の太さが無視できる一様な剛体の棒をおき，鉛直に立った壁に立てかける。壁と棒の間には摩擦は働かない。床と棒の間には摩擦が働き，その静摩擦係数を μ とする。棒は紙面内にあり，壁と接している棒の上端を A，床と接している棒の下端を B とする。重力加速度の大きさは g [m/s²] で一定とする。

問 1 床と棒のなす角が θ [rad] となるように棒を静かに置いたところ，棒はそのまま静止していた(図 1)。

- (1) このときの，(a)床からの垂直抗力の大きさ，(b)壁からの垂直抗力の大きさを求め， M ， g ， θ であらわせ。
- (2) 棒が角度 θ で静止しているための μ と θ の関係を示せ。

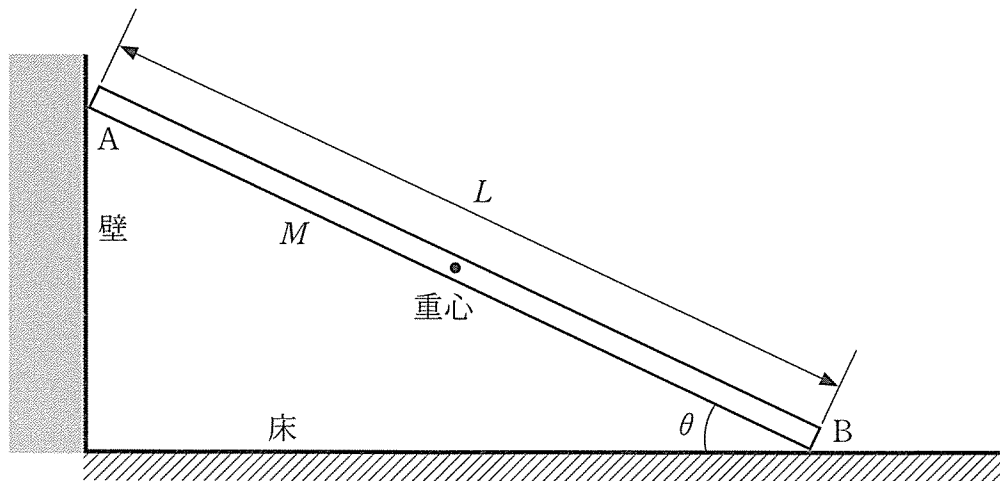


図 1

問 2 問 1 の状態の棒の上に、棒の下端 B から棒に沿って x [m] の位置に質量 m [kg] の小物体を静かに置いたところ、小物体と棒はそのまま静止していた (図 2)。

- (3) 棒に働いている壁からの垂直抗力の大きさを R [N]、床からの垂直抗力の大きさを N [N]、床との間の静止摩擦力の大きさを F [N] として、棒について、(a) 水平方向の力のつりあいの式、(b) 鉛直方向の力のつりあいの式、(c) 下端 B まわりの力のモーメントのつりあいの式を書け。
- (4) 小物体を棒上のどの位置においても棒が床上をすべることはなかったとする。このとき、(a) 棒と床の間の静止摩擦力の大きさが最大となる小物体の位置 x 、および、(b) 静止摩擦力の大きさの最大値を求め、 M 、 m 、 L 、 g 、 θ 、 μ のうち必要なものを用いてあらわせ。

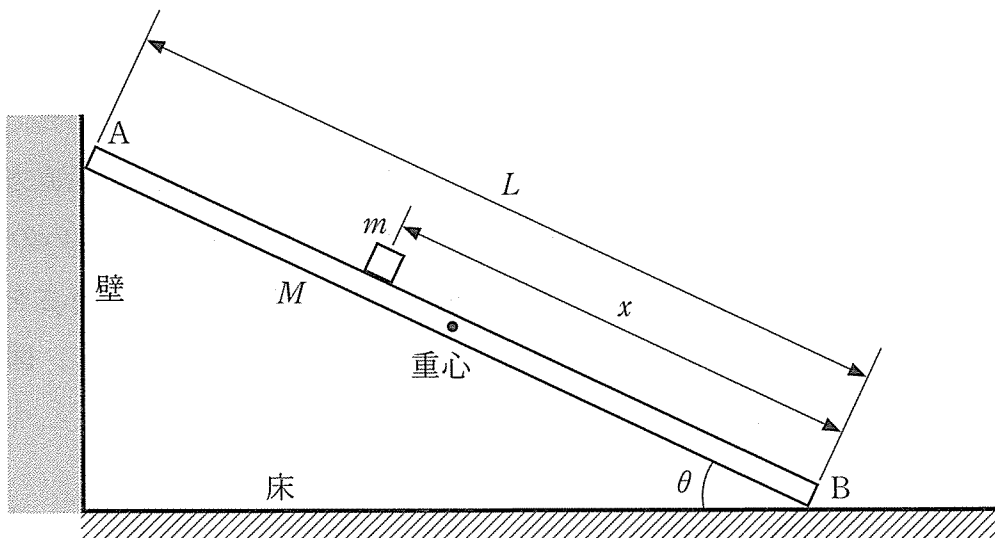


図 2

問 3 床と棒の間の角度が前問と同じ θ [rad] になるように棒を置き、前問と同じ質量 m [kg] の小物体を棒の下端 B から棒の上端 A に向かって初速度を調整して滑らせたところ、小物体は棒から落ちることなく棒上を運動し(図 3)、ちょうど上端 A に到達して静止した。この間、棒が床を滑ることはなかった。棒と小物体の間の動摩擦係数を μ' とする。

- (5) 小物体に働く動摩擦力の大きさを求めよ。
- (6) 下端 B から上端 A に向かうあいだの小物体の運動について、棒に沿う方向の運動方程式を立てよ。ただし、小物体の棒に沿った方向の加速度を a [m/s²] とし、棒に沿って上向きを正とする。
- (7) 下端 B で小物体に与えた初速度を求めよ。

小物体が棒上を運動しているとき、棒には、小物体が棒から受ける力の反作用が働いている。

- (8) 小物体が、下端 B から棒に沿って x [m] の位置を上端 A に向かって運動しているとき、棒について、(a)水平方向の力のつりあいの式、(b)鉛直方向の力のつりあいの式、(c)下端 B まわりの力のモーメントのつりあいの式を書け。ただし、壁と床から受ける垂直抗力は問 2 と同様にその大きさをそれぞれ R , N とする。また、棒が床から受ける静止摩擦力を F とし、図 3 の左向きを正とする。

棒と床の角度 θ を $\frac{\pi}{6}$ [rad]、棒と小物体の間の動摩擦係数 μ' を $\frac{1}{\sqrt{3}}$ とし、以下の問いに答えよ。

- (9) 下端 B で棒に働く床からの静止摩擦力を求め、 M , m , g , x , L を使ってあらわせ。
- (10) $M < m$ の場合、棒の下端 B で働く静止摩擦力の向きは小物体が運動している位置によって逆になる。静止摩擦力の向きが反転する小物体の位置を求めよ。

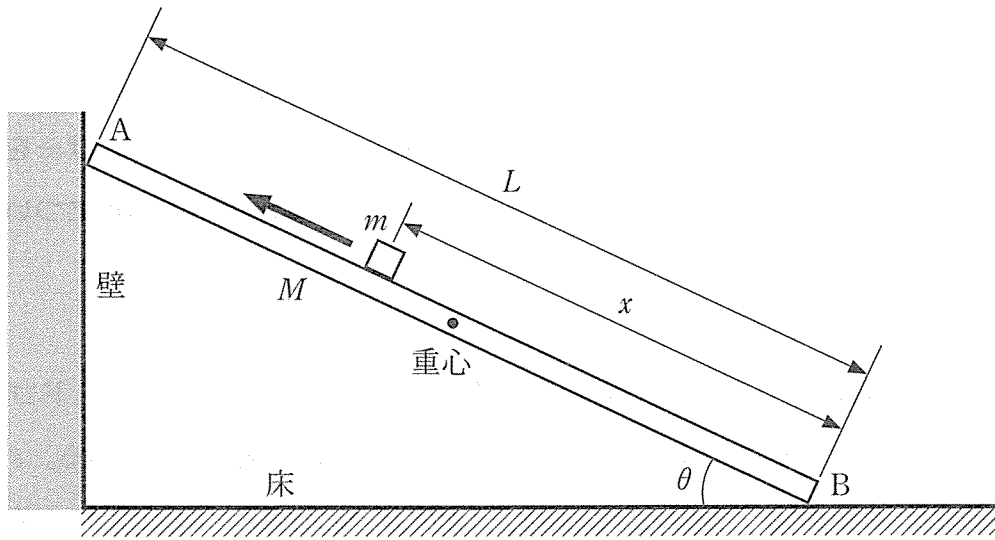


图 3

II 薄い誘電体板の厚さを精密に測定するための方法の一つに、共振回路を利用するものがある。この測定原理を理解するため、まずコイルとコンデンサーに加えられた交流電圧と電流との関係について考察し、続いてコイルとコンデンサーを直列に接続した回路における共振現象と、その誘電体板の厚さ測定への応用について見ていこう。

問 1 断面積 A [m²]、長さ l [m]、巻き数 N の密に巻かれたソレノイドコイルを考える。コイルの内部は透磁率 μ [H/m] の磁性体で満たされている。 l は断面の半径にくらべて十分長く、コイルを流れる電流がコイル内部につくる磁場(磁界)は一様であり、コイル端部の影響は無視できるものとする。

- (1) このコイルに電流 I [A] が流れているとき、コイル内部に生じる磁場の強さを記せ。
- (2) このコイルを流れる電流が微小時間 Δt [s] の間に ΔI [A] だけ増加したとする。このときコイルの両端間に生じている誘導起電力の瞬時値を求めよ。
- (3) このコイルに振幅 I_0 [A]、角周波数 ω [rad/s] の交流電流が流れているとき、コイルに生じる誘導起電力の振幅を求めよ。
- (4) このコイルに交流電圧を加えて電流を流したとき、コイルの端子間電圧に対する電流の位相のずれを記せ。ただし位相のずれは、位相が進んでいるとき正の値、遅れているとき負の値をとるものとする。

問 2 面積 S [m²] の 2 枚の極板を間隔 d [m] で平行に配置した平行板コンデンサーを考える。極板間の空間の誘電率は ϵ_0 [F/m] である。 d は極板のサイズに比べて十分小さく、コンデンサーを帯電させたときに極板間に生じる電場(電界)は一様であり、極板端部の影響は無視できるものとする。

- (5) コンデンサーに電気量 Q [C] がたくわえられているとき、極板間の空間に生じる電場の強さを記せ。

- (6) このコンデンサーに電流を流したところ、コンデンサーの極板間電圧が微小時間 Δt [s] の間に ΔV [V] だけ増加したとする。このときコンデンサーを流れている電流の瞬時値を求めよ。
- (7) このコンデンサーに振幅 I_0 [A]、角周波数 ω [rad/s] の交流電流が流れているとき、極板間電圧の振幅を求めよ。
- (8) このコンデンサーに交流電圧を加えて電流を流したとき、極板間電圧に対する電流の位相のずれを記せ。ただし位相のずれの符号は問 1 (4) に同じとする。

問 3 図 1 のように、自己インダクタンス L [H] のコイルと電気容量 C [F] のコンデンサー、抵抗 R [Ω] および交流電源を直列に接続した回路を考える。交流電源は一定の振幅および一定の角周波数 ω [rad/s] の交流電圧を回路に供給する。コンデンサーの電気容量 C は自由に変化させることができる。コイルおよび導線の抵抗は無視できるものとする。

- (9) この回路を流れている電流の実効値が I_e [A] であるとき、図 1 の AB 間にかかる電圧の実効値を求めよ。
- (10) コンデンサーの電気容量 C を変化させていくと、 C がある値のときに図 1 の AB 間の電圧がゼロとなり、回路を流れる電流が最大になる。この現象を共振という。この回路で共振が起きるときの電気容量 C を求めよ。

ここで用いるコンデンサーとして、図 2 の様な極板間隔 d [m] の平行板コンデンサーを考える。このコンデンサーの極板間に厚さ a [m] の誘電体板を、極板とちょうど重なる様に挿入する。空間の誘電率を ϵ_0 [F/m]、誘電体板の誘電率を ϵ [F/m] とする。

- (11) 誘電体板を挿入したときのコンデンサーの電気容量は、挿入していないときのコンデンサーの電気容量の何倍であるか。

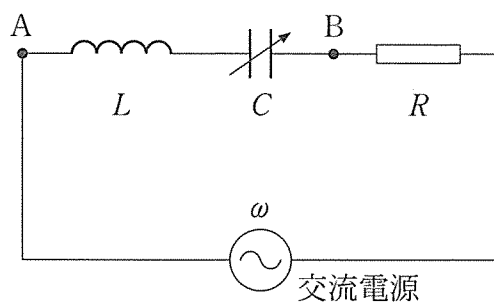


図 1

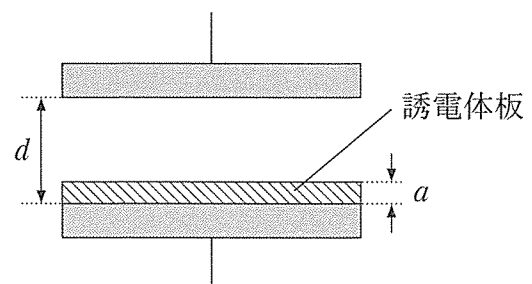


図 2

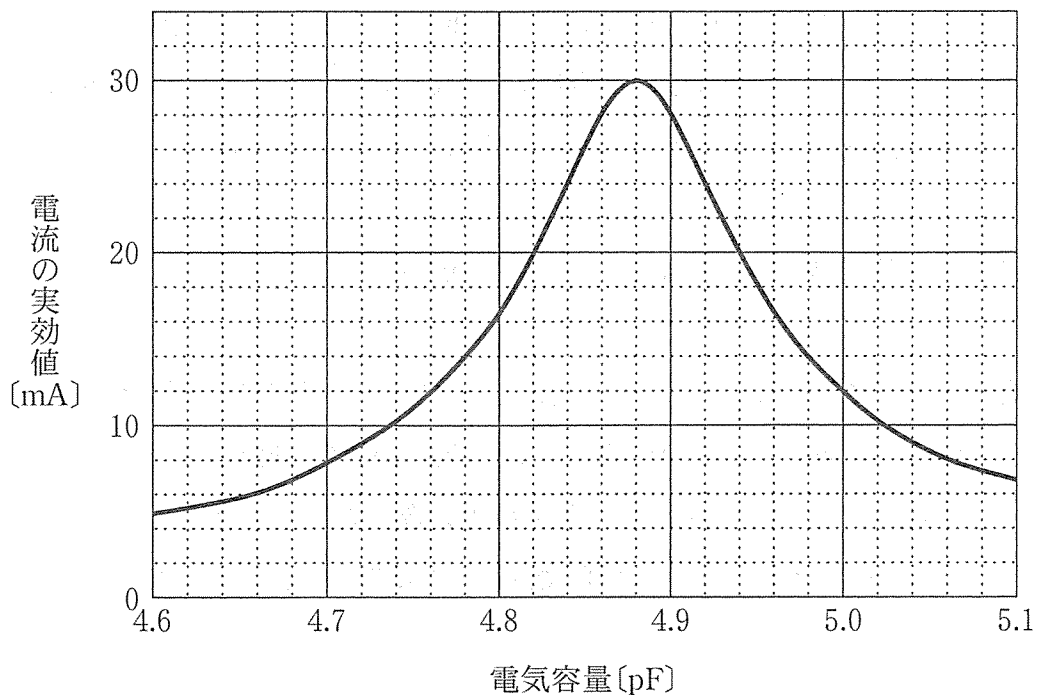


図 3

この回路でコンデンサーの電気容量を変化させていったとき、回路を流れる電流の実効値は図 3 のグラフの様に变化した。

- (2) このコンデンサーの極板間隔を $d = 1.0 \text{ mm}$ に固定し、極板間に何もない状態から比誘電率 2.0 の誘電体板を、図 2 の様に極板とちょうど重なるまでゆっくりと挿入していくと、回路を流れる電流の実効値は 24.0 mA から 12.0 mA まで単調に減少した。この誘電体板の厚さは何 mm であるか、有効数字 2 桁で答えよ。解答欄には答えを導く過程についても簡潔に記述せよ。

このように、回路の共振周波数に近い信号を加えておくと、電気容量の変化にともなう共振周波数の微小な変化に応じて回路を流れる電流が大きく変化する。このことを利用して、薄い誘電体板の厚さを精度よく測定することができる。

Ⅲ 音波を使って、容器中の液面の位置や傾きを測定する方法を考える。以下の設問に答えよ。ただし、液面からの音波の反射のみを考え、容器の共鳴や容器側面や底面からの音波の反射は考えないものとする。また音波は減衰しないものとする。

注意 解答に単位が必要なものには単位をつけて記すこと。

問 1 図 1 に示すように液体が容器に入っている。容器内上部は空気で満たされている。最初に、音波の伝播を用いて液面の位置を測定することを考える。点 A に設置したスピーカから一定振動数の音波を発生させたところ、この音波が点 A から $280 \times 10^{-3} \text{ m}$ 離れた点 B に設置したマイクロフォンによって $0.800 \times 10^{-3} \text{ s}$ 後に観測された。次に点 C に設置したスピーカにより液面に向かって、点 A に設置したスピーカの音波と干渉しないように別の振動数の音波を発生させた。これにより液面で反射した音波が点 C に設置したマイクロフォンにおいて、 $2.40 \times 10^{-3} \text{ s}$ 後に観測された。

(1) 音速を有効数字 3 桁で求めよ。

(2) 点 C から液面までの距離 x [m] を有効数字 3 桁で求めよ。

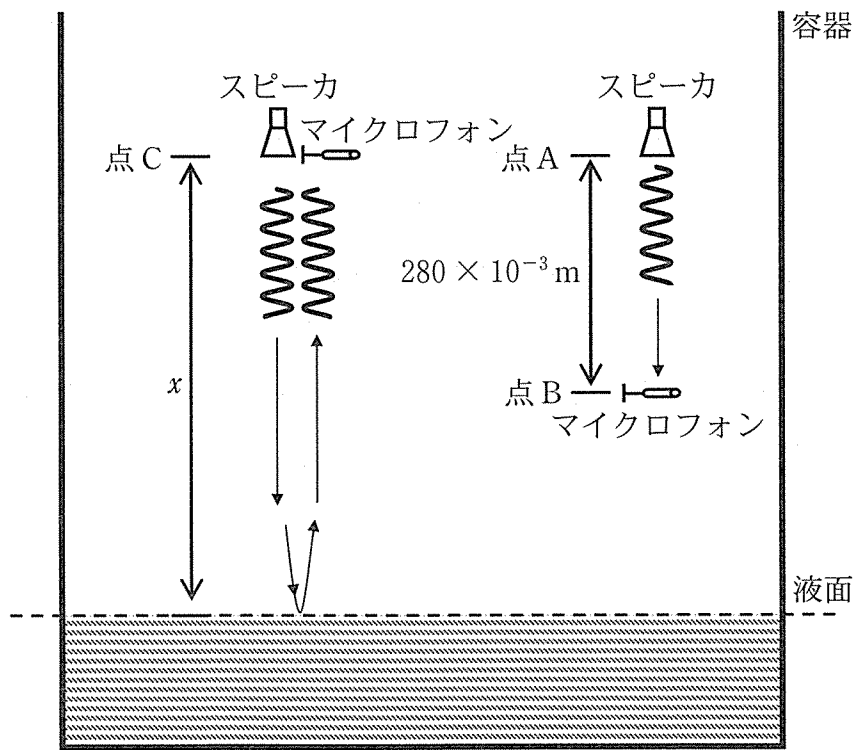


図 1

次に管の気柱の振動を使って液面の位置を測定することを考える。図2に示すように、長さ 1000 mm の開管の一部が液体に浸かった状態で管と液面が垂直となるように固定されている。また管の上端の近くには音源として固有振動数 500 Hz のおんさが設置されている。管の気柱がおんさと共鳴する場合の振動数を f_m [Hz]、管の気柱で発生する定常波の節の数を m (整数) とする。また、開管の上端から液面までの距離を液面の位置 L [m] ($0 < L < 1000$ mm) とする。ただし、管の気柱で定常波が発生する際には、実際は管口付近の音波の腹の位置はわずかに管口の外側になるが、以下の設問ではその影響は無視する。

(3) 気柱の音速を v [m/s] としたとき、 f_m を v 、 L 、 m を用いて表せ。

(4) $L = 300$ mm の位置から、ゆっくりと液面を下げていったとき、最初に管の気柱がおんさと共鳴したときの液面の位置 L_1 [m] を求めよ。また、さらに液面を下げていったときに次におんさと共鳴する液面の位置 L_2 [m] を求めよ。ただし、気柱の音速は問 1(1)の場合と同じである。解答は有効数字 3 桁で記せ。

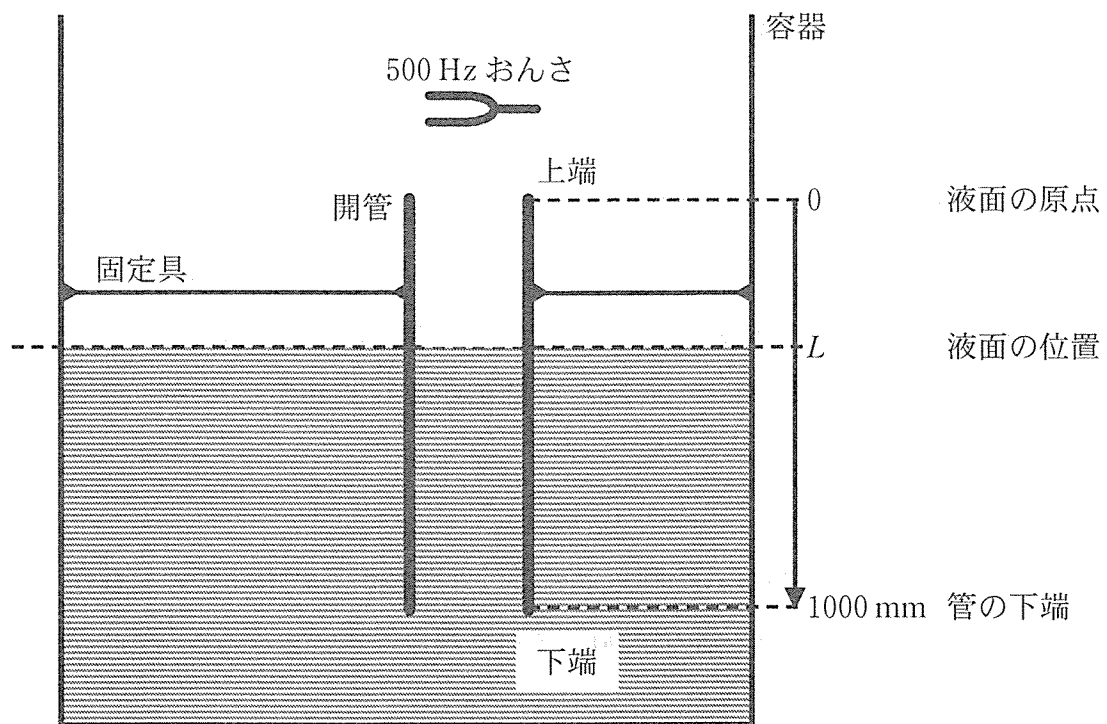


図 2

次に音源のおんさを取り外し，管に空気を吹き付けたところ管の気柱が固有振動数で共鳴した。

- (5) ここで，管の気柱が基本振動(定常波の節の数が1個の振動)しているときの定常波の振動数 f_1 [Hz]と液面位置 L [m]の関係を解答用紙のグラフに図示せよ。ただし， L が，250，350，500，875 mmの場合の振動数 f_0 の値をグラフ上に丸印で記し， L と f_1 の関係が正しくわかるように線でつなげよ。

このように， f_1 から L を測定できることがわかる。次に管の気柱が3倍振動(定常波の節の数が2個の振動)している場合について考える。管の気柱が3倍振動しているときの振動数は f_2 [Hz]とする。

- (6) f_1 および f_2 と L の関係として適切なもの次の(ア)~(ウ)の選択肢より一つ選べ。

- (ア) f_2 の L に対する変化量は， f_1 の L に対する変化量と比べて大きい。
(イ) f_2 の L に対する変化量は， f_1 の L に対する変化量と比べて小さい。
(ウ) f_2 の L に対する変化量は， f_1 の L に対する変化量と変わらない。

問 2 容器に対する液面の傾きを測定する方法を考える。図 3 に示すように容器内に開管が間隔 $2a$ (m) で 2 本固定されており、管の中には液面と連動してなめらかに動く平面状の可動浮きが設置されている。浮きの厚さは無視することができ、浮きは完全に音波を反射する。さらに 2 本の管の上端には音源として振動数 f (Hz) の音波を発生するおんさが設置されている。また、容器が水平な状態における液面の位置は L_0 (m) とし、 L_0 はおんさから発生する音波の半波長の整数倍となっている。

ここで、容器を θ (rad) の角度で傾けると、管内の液面も図 4 (a) のように傾くが、可動浮きの面は図 4 (b) のように常に管に垂直で管の中央の液面の位置と一致する。管内の気柱の音速は v (m/s) である。

(7) 容器を水平な状態から図 3 のようにゆっくりと傾けていったとき、最初に 2 本の管の気柱の両方がおんさと共鳴するときの $\tan \theta$ を f , a , v を用いて表せ。

次に音源のおんさを取り外し、管に空気を吹き付けたところ管の気柱が固有振動数で共鳴した。

(8) ある傾き θ において、2 本の管の気柱で発生する基本振動の定常波の間で、うなりが生じた。このときのうなりの振動数 f_0 を $\tan \theta$, a , v , L_0 を用いて表せ。

以上のように、音波を用いれば容器内の液面の状態を知ることができる。自動車のガソリン液量メータやロケットなどの微小重力下の燃料メータへの応用が期待される。

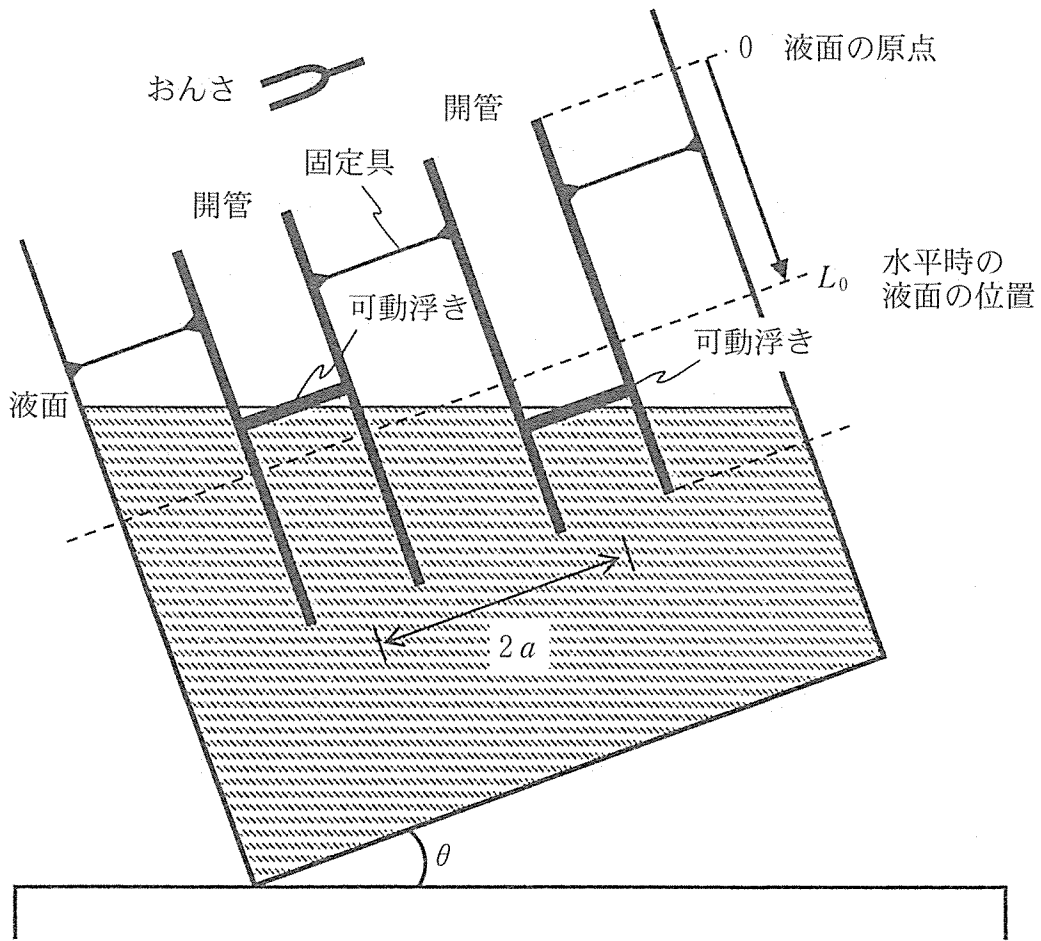


図 3

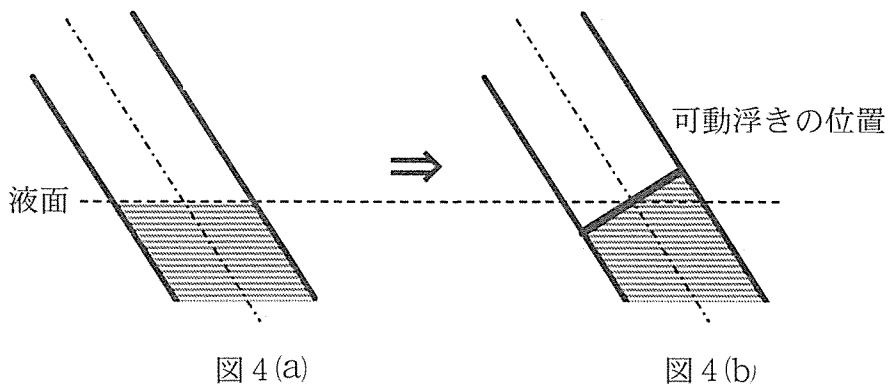


図 4(a)

図 4(b)