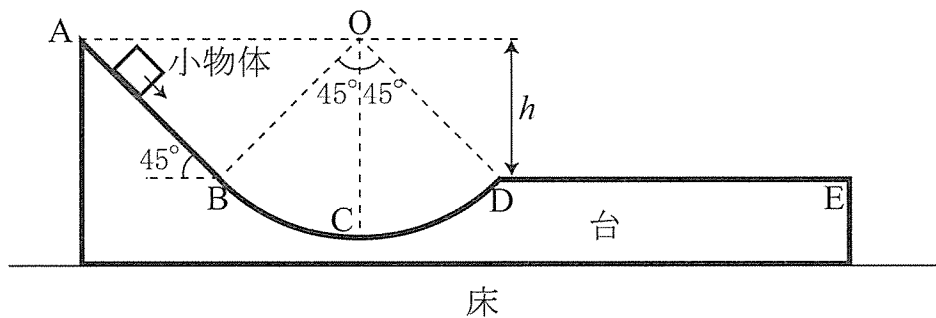


物 理 問 題

(解答はすべて物理解答用紙に記入すること)

[1] 図のように、水平面からの傾き 45° の斜面 AB, 円弧 BCD, 十分に長い水平面 DE からなる台が、水平な床の上におかれている。点 A は円弧の中心 O と同じ高さであり, OB および OD は鉛直線 OC とそれぞれ左右に 45° の角度をなす。水平面 DE を基準とする, 点 O および点 A の高さは h であり, したがって円弧 BCD の半径は $\sqrt{2}h$ となる。大きさの無視できる質量 m の小物体を点 A から静かにはなしたところ, 小物体は斜面と円弧に沿って運動し, 点 D で飛び出した後, 再び台の上に落下した。小物体は紙面内でのみ運動するものとし, 摩擦と空気抵抗は無視する。重力加速度の大きさを g とし, 以下の問に答えよ。



I. 台が床に固定されている場合について考える。

問 1 点 D における小物体の速さ (速度の大きさ) を求めよ。

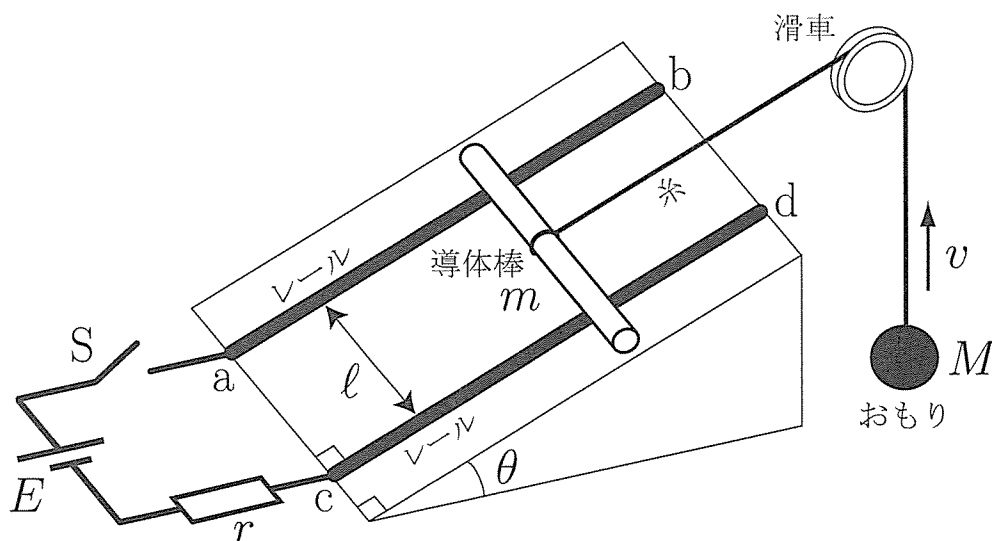
問 2 点 D において台から飛び出す直前に小物体が受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

問 3 台から飛び出した小物体が落下する地点を台上の点 F とするとき, DF 間の距離を求めよ。

II. 次に, 台が床に対してなめらかに動ける場合について考える。台の質量を $3m$ とする。はじめ, 台は床に対して静止しており, 小物体を点 A ではなすことによって動き出す。台の運動も紙面内でのみ起こるものとする。

- 問 4 小物体の点 D における台に対する相対速度の大きさを v' とする。このときの小物体の速度の鉛直成分 (上向きを正とする) を v' を用いて表せ。
- 問 5 台と小物体についての運動量保存則を考慮することで、小物体の点 D における床に対する速度の水平成分と、このときの床に対する台の速度 (ともに右向きを正とする) のそれぞれを v' を用いて表せ。
- 問 6 v' を m, g, h のうち必要なものを用いて表せ。
- 問 7 台から飛び出した小物体が落下する地点を台上の点 F' とするとき、 DF' 間の距離を h を用いて表せ。
- 問 8 小物体が点 D において台から飛び出す直前における、床に対する台の加速度 (右向きを正とする) を g を用いて表せ。

〔2〕 電流が磁場 (磁界) から受ける力と重力を利用して、質量 M のおもりを引き上げる装置を考えよう。図のように、電気抵抗の無視できる平行な2本の金属製のレール ab , cd から構成された斜面を考える。レールの間隔を l とする。斜面は水平面と角度 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) をなしている。レールの下端 a , c は導線によって、起電力 E の電池と、電気抵抗 r を持つ抵抗体と、スイッチ S につながれている。レールの上には、電気抵抗の無視できる質量 m ($m < M$) の導体棒がレールに直交するようにおかれている。導体棒は、レールに直交したまま、レールから離れることなく、その上を摩擦なく動くことができる。導体棒は、伸び縮みしない質量の無視できる糸で、なめらかに回転できる質量の無視できる滑車を通して、おもりとつながれている。導体棒と滑車の間の糸は、常に斜面と平行に保たれている。



斜面全体に磁束密度 B の一様な磁場を鉛直方向にかけ、スイッチ S を入れたところ、回路に電流が流れ、おもりが上昇しはじめた。電流が流れれば、抵抗体においてジュール熱が発生する。この発熱は、おもりを引き上げるという装置本来の目的には寄与しないため、装置における損失と見なすことができる。この損失を最小にする角度 θ を求めてみよう。

ただし、回路を流れる電流が作る磁場、レールと導体棒との間の接触抵抗、電池の内部抵抗は、無視できるものとする。また、糸もレールも十分に長く、

導体棒がレールの下端 a, c に到達することはない。重力加速度の大きさを g とする。

問 1 おもりが上昇するためには、磁場の向きは、鉛直方向の上向き、下向きのどちらであるべきか。

以下の問では、磁場の向きが問 1 で答えた方向であるとせよ。

問 2 スイッチを入れた直後、導体棒に流れる電流の大きさを求めよ。

おもりを引き上げるための必要十分条件は、電池の起電力 E が $E > E_0$ を満たすことである。

問 3 E_0 を求めよ。

以下の問では、 $E > E_0$ であるとし、おもりの速さを v とする。

問 4 回路に発生する誘導起電力の大きさと、導体棒に流れる電流の大きさを、それぞれ求めよ。

問 5 斜面に平行な方向についての導体棒の運動方程式を、その方向の加速度を α として表せ。加速度は斜面を下る方向を正とする。

時間が十分に経過したとき、導体棒の速さは一定になった。

問 6 その速さを求めよ。

電池の消費電力を P とし、抵抗体において単位時間あたり発生するジュール熱を Q とする。ジュール熱による損失係数 λ を $\frac{Q}{P}$ で定義する。

問 7 損失係数 λ を v , P , Q を用いずに θ の関数として表せ。

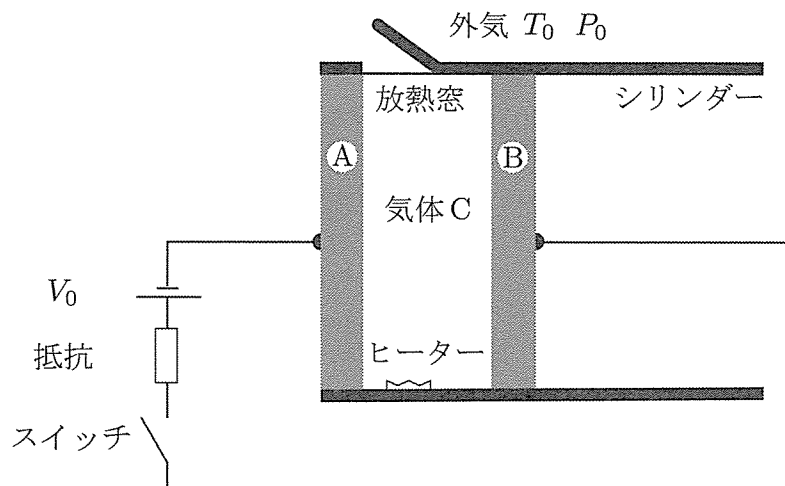
問 8 角度 θ を調整し、損失係数 λ を最小にする。そのときの $\sin \theta$ と λ の値を、それぞれ求めよ。なお、必要であれば、 θ に関する以下の微分公式を用いてよい。

$$(\sin \theta)' = \cos \theta, \quad (\cos \theta)' = -\sin \theta$$

注意：医学部保健学科（看護学専攻）志願者のみ、問 8 を解答しなくてよい。

[3] 図のようなシリンダーに組み込まれたコンデンサーを考える。断面積 S のシリンダーに2つの導体の極板 A, B が挿入されている。極板 A, B は、図のように導線によって、内部抵抗の無視できる起電力 V_0 の電池、抵抗、スイッチとつながれている。極板 A は固定されていて、極板 B は極板 A と平行を保ったまま、なめらかに動けるようになっており、ピストンの役割をしている。A と B の間には、 n [mol] の単原子分子理想気体 C が閉じ込められている。シリンダーの外は圧力 P_0 、温度 T_0 の外気である。シリンダーおよび気体は絶縁体であり、気体の誘電率は ϵ_0 である。

シリンダーには開閉式の放熱窓があり、開いているときには気体 C と外気の間で熱のみを通し、閉じているときには熱を通さない。シリンダーの他の部分および極板は熱を通さない。また、シリンダー内部にはヒーターがあり、気体 C に熱を加えることができる。極板、およびシリンダーの熱容量は無視する。極板間の距離はシリンダーの半径に比べて十分小さいとする。気体定数を R として、以下の問に答えよ。



まず、スイッチが切れていて放熱窓が開いている場合を考える。気体 C の温度は T_0 で圧力は P_0 になっている。極板 A, B は帯電していなかった。このときの極板 A, B 間の距離を l_0 とする。

問 1 l_0 を、 n , R , P_0 , T_0 , S のうち必要なものを用いて表せ。

次に、スイッチを切ったまま放熱窓を閉じ、ヒーターで熱を加え、温度が

T になったところで、加熱をやめた。

問 2 極板 B が外気に対してした仕事を、 P_0 , T_0 , T , S , l_0 のうち必要なものを用いて表せ。

問 3 この過程でヒーターから加えた熱量を、 n , R , T_0 , T のうち必要なものを用いて表せ。

次に、放熱窓を開き、気体 C の温度が T_0 になるまで待つ。その後、スイッチを入れたところ、極板 B は、ゆっくり動いて止まった。このとき、極板 A に $-q$ 、極板 B に $+q$ ($q > 0$) の電荷が現れ、極板 A, B 間の電場 (電界) の強さは E となった。

問 4 E を、 ε_0 , q , S , l_0 のうち必要なものを用いて表せ。

問 5 気体 C の圧力を、 q , E , P_0 , S のうち必要なものを用いて表せ。ただし、極板 B が電場から受ける力の大きさは、 $\frac{1}{2}qE$ であることに注意せよ。これは、極板 B 上の電荷は、極板 A 上の電荷 $-q$ が作る電場 (強さ $\frac{1}{2}E$) のみから力を受けるためである。

問 6 極板 A, B 間の距離を、 q , E , P_0 , S , l_0 のうち必要なものを用いて表せ。

問 7 電荷 q を、 ε_0 , V_0 , P_0 , S , l_0 のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 $V_0 = 0$ のときには $q = 0$ となることに注意せよ。

問 8 スイッチを入れた後、電池がした仕事は qV_0 である。また、外気は極板 B に対して仕事をしている。これらのエネルギーの行き先としてあてはまるものを、次からすべて選び、記号を記せ。

(ア) 気体 C の内部エネルギーの増加

(イ) 放熱窓を通して外気に逃げた熱

(ウ) 抵抗から発生したジュール熱

問 9 問 8 の解答以外のエネルギーの行き先を 1 つあげよ。