

物 理

I 図1に示すように、水平な床からなめらかで鉛直な壁に、質量 M 長さ l の一様な細い棒を立てかけた。棒は、鉛直方向を含み壁に垂直な平面内に常にあるものとし、棒の上端が横向きにすべることはいないものとする。棒と壁との間には摩擦はない。棒と床との間の静止摩擦係数を μ 、棒の傾きの角を θ 、棒と壁との接点を A 、棒と床との接点を B とする。重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えよ。解答は全て解答用紙の所定の欄に記入せよ。

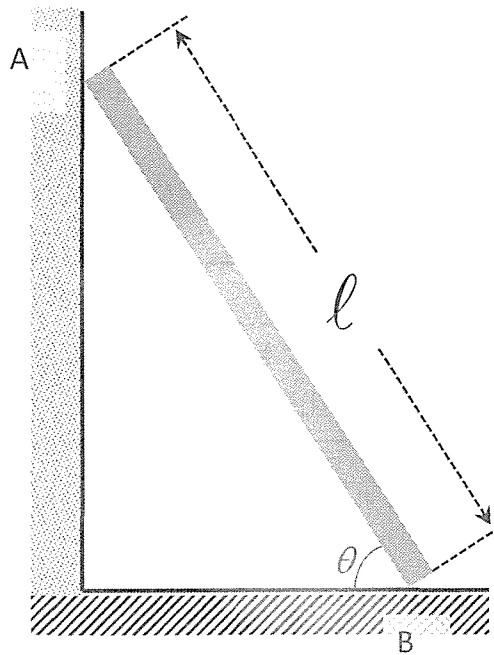


図1

問1 棒がすべらずに静止しているとき、棒にはたらく、壁からの垂直抗力 N_A 、床からの垂直抗力 N_B 、床との摩擦力 F_B 、重力 Mg を、作用点と向きに注意して解答用紙の図に示せ。重力は棒の重心にはたらいているものとして描くこと。

問2 棒がすべらずに静止しているための最小の傾きの角 θ_0 を次の手順で求めよ。

- 棒にはたらく力が釣り合うことを式で表せ。
- 点 B のまわりの力のモーメントが釣り合うことを式で表せ。
- 点 B での摩擦力が最大静止摩擦力以下であることから、 $\tan \theta_0$ を求めよ。

次に、図2のように、穴のあいた質量 m の大きさの無視できるおもりを棒に通し、長さ x ($0 < x < \ell$) の細いひもで棒の上端とつないで、壁に立てかけた。ひもは伸縮せず、質量は無視できる。棒はすべることなく静止しており、おもりと棒の間の摩擦は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。

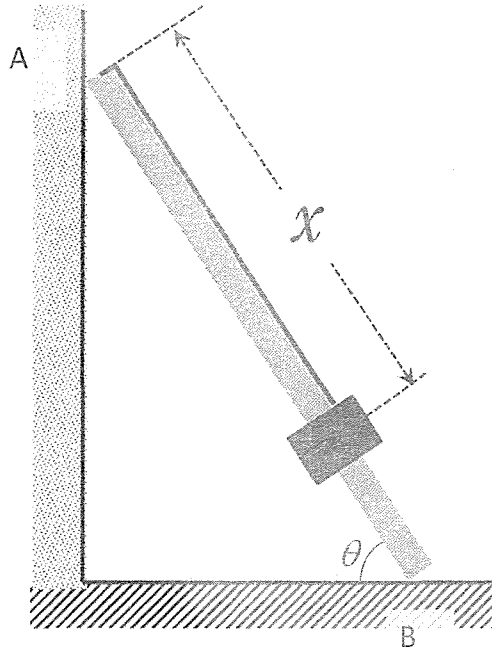


図 2

- 問 3 おもりにはたらく全ての力を、向きに注意して解答用紙の図に示せ。また、それぞれの力の大きさを求めよ。
- 問 4 棒にはたらく全ての力を、作用点と向きに注意して解答用紙の図に示せ。
- 問 5 棒がすべらずに静止しているための最小の傾きの角を θ_1 とする。 $\tan \theta_1$ を問 2 と同様の手順で求めよ。
- 問 6 問 5 で求めた θ_1 が、問 2 で求めた θ_0 より小さくなるためには、ひもの長さ x をどのようにとればよいか。

II 図1に示すように、水平面を xy 平面、鉛直上方を z 軸の正の向きとし、原点を O とする直交座標系をとる。この空間に鉛直上向きに磁束密度 B の一様な磁場(磁界)がかかっている。 xy 平面上の $x \geq 0$ の領域に2本の導線 W_1, W_2 があり、導線 W_1 は x 軸上に固定され、原点 O で接地されており、導線 W_2 は、 y 軸上の点 P_1 を端点として曲線 $y = f(x)$ 上に固定されている(どの x に対しても $f(x) > 0$ とする)。金属棒 M を2本の導線 W_1, W_2 に常に接触させながら、 y 軸と平行に保ち、 x 軸正の向きへ一定の速さ v で移動させる。金属棒 M は導線 W_1, W_2 の上を摩擦なく移動でき、金属棒 M と2本の導線の電気抵抗は無視できるものとする。金属棒 M が時刻 $t = 0$ で y 軸上にあったものとして、以下の問いに答えよ。解答は全て解答用紙の所定の欄に記入せよ。

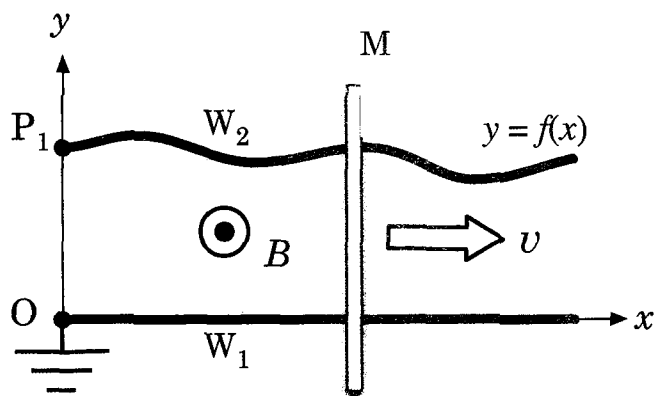


図1

金属棒 M の内部で電子(電荷 $-e$)にはたらく力を考え、誘導起電力を求めよう。

問1 金属棒 M を動かすことにより、金属棒内部の電子にはローレンツ力がはたらく。時刻 t (ただし $t > 0$) におけるその向きを述べ、大きさを、 e, v, B, t , および関数 f のうち必要なものを用いて表せ。

問2 金属棒 M を動かすと、金属棒内の電子はローレンツ力により移動を始めるが、金属棒内部で生じた電場(電界)からの力が現れ、移動を終える。電子の移動が終わったときに生じる電場の向きを述べ、大きさを e, v, B, t , および関数 f のうち必要なものを用いて表せ。

問3 時刻 t (ただし $t > 0$) での図1の点 P_1 の電位を、 e, v, B, t , および関数 f のうち必要なものを用いて表せ。

次に図2に示すように、端点 P_1 と O の間に、電気抵抗の無視できる導線を用いて、電源(内部抵抗を無視できる直流電圧源)と電気容量 C を持つコンデンサーを接続し、導線 W_2 が $y = a \sin(kx) + b$ の曲線上に固定されている場合を考える。ただし a, b, k は正の定数で $b > a$ である。金属棒 M を y 軸と平行に保ちながら一定の速さ v で x 軸の正の向きに動かすと、コンデンサーにかかる電圧は時間とともに周期的に変動する。電源の電圧値を調節したところ、図2の点 P_2 の電位が V_0 の時にコンデンサーにかかる電圧は0を中心として周期的に変動するようになった。以下では、電源の電圧値をこのようにとり、金属棒 M を一定の速さ v で x 軸の正の向きに動かす場合を考える。回路を流れる電流が作る磁場の影響は無視でき、金属棒 M が $t = 0$ で y 軸上にあったとして、以下の問いに答えよ。

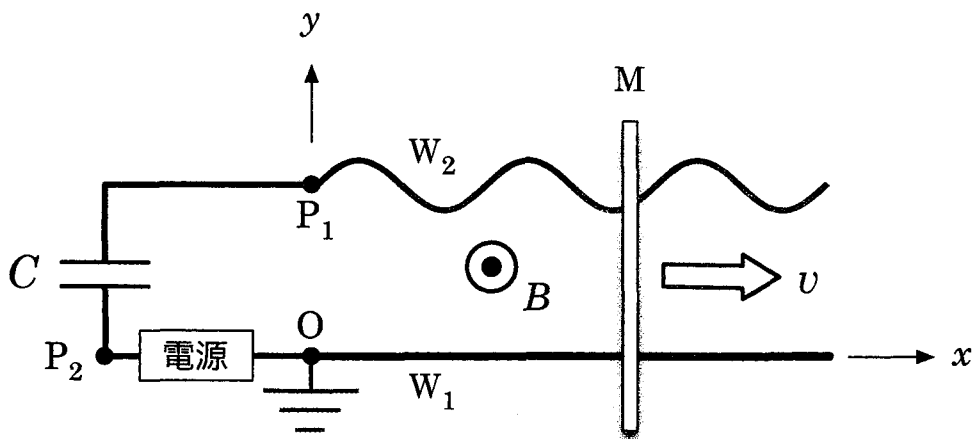
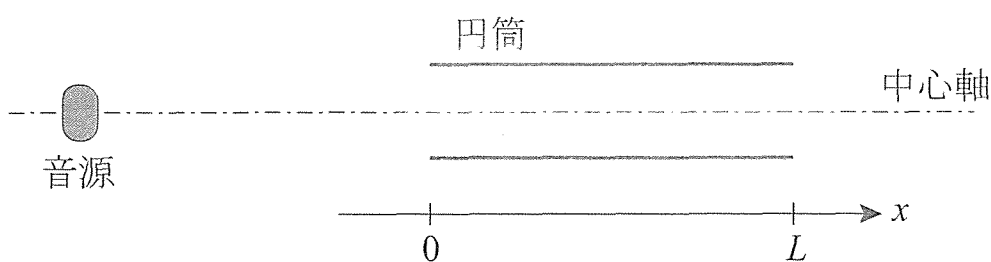


図2

- 問4 コンデンサーにかかる電圧の瞬間値(瞬時値)は各瞬間での誘導起電力と電源による電圧の和になるとして、電源の電圧値 V_0 、およびコンデンサーにかかる周期的に変動する電圧の周期 T を e, v, B, t, a, b, k, C のうち必要なものを用いて表せ。
- 問5 時刻 t (ただし $t > 0$) においてコンデンサーに流れる電流 $I(t)$ を求め、 e, v, B, t, a, b, k, C のうち必要なものを用いて表せ。ただし、電流の向きはコンデンサーを $P_1 \rightarrow P_2$ に流れる向きを正の向きとせよ。
- 問6 金属棒 M を一定の速さ v で動かすため、時刻 t (ただし $t > 0$) において金属棒に加える力を求め、 e, v, B, t, a, b, k, C のうち必要なものを用いて表せ。

Ⅲ 気柱の共鳴について考えよう。ただし、開口端補正は無視できるとする。解答は全て解答用紙の所定の欄に記入せよ。

最初は、図のように両端の開いた長さ L の円筒の中心軸上左側に、発生する音の振動数を調整できる音源を配置した。音源は円筒の中心軸上を動くことができる。円筒の中心軸と平行に右向きに x 軸をとり、円筒の左端の位置を $x = 0$ とする。また、音速を V とする。



問 1 静止した音源の振動数を 0 から徐々に増加させたところ、円筒内の気柱で繰り返し共鳴が起きた。 n 回目の共鳴について、音の波長と振動数を求めよ。

問 2 円筒内の気柱がある振動数で共鳴しているとき、時刻 t において、円筒内の空気の密度は $0 < x < 0.1L$ の範囲では最大にも最小にもならず、 $x = 0.1L$ で最大となった。この音の周期を T とする。

(a) このときの円筒内の空気の変位の様子をグラフに表せ。ただし、右向きの変位を正とする。

(b) T を求めよ。

(c) 時刻 $t + \frac{T}{2}$ における円筒内の空気の密度の様子をグラフに表せ。ただし、音がない時の空気の密度を d とする。

問 3 音源が速さ w で円筒に近づいている場合を考える。音源の振動数を 0 から徐々に増加させたところ、円筒内の気柱で繰り返し共鳴が起きた。 n 回目の共鳴について、音の波長と振動数を求めよ。ただし、 w は音速 V よりも小さいとする。

問 4 音源が速さ w で円筒に近づく場合と、同じ速さで遠ざかる場合の、円筒内の気柱の基本振動の振動数の差が δ であった。このときの速さ w を求めよ。

今度は、この円筒の近くに 2 つの音源 a, b を置いた。音源 a は常に振動数 1000 Hz の音を発生し、音源 b は円筒内の気柱の基本振動の音を発生するように振動数を調整した。すると、室温が 15.0°C の時に、音源 a と b の音によって毎秒 10.0 回のうなりが生じた。 15.0°C における空気中の音速を $V = 340 \text{ m/s}$ とし、以下の問いに有効数字 3 桁の数値で答えよ。

問 5 円筒の長さ L として可能な値を全て求めよ。

問 6 音源 b が円筒内の気柱の基本振動の音を常に発生するように振動数を調整しながら、室温を 15.0°C から徐々に上昇させた。すると、音源 a と b の音によってできるうなりは一度聞こえなくなった後、再び聞こえるようになった。このことから、円筒の長さ L を問 5 で求めた値の中から一つに決めよ。その理由も記すこと。ただし、円筒の長さは温度によらず一定であるとする。