物理（マーク解答問題）

〔Ｉ〕 以下の問の答を各解答群から選び，マーク解答用紙の該当欄に１つだけマークせよ。ただし解答群が共通の問題では，必要に応じて同一の選択肢を複数回選んでもよい。

電荷 $+Q$ からは全部で $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ 本の電気力線が出ていき，電荷 $-Q$ へは全部で $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ 本の電気力線が入っていく。ただし ε_0 は真空の誘電率である。また，ある点での電場（電界）の強さが E のとき，単位面積当たり E 本の電気力線が存在する。これをもとに，以下の問に答えよ。ただし以下では，金属平板（極板）は十分に大きく，極板の厚さは無視でき，電気力線の向きは常に極板と垂直であるものとする。

図１のように，面積 S の２つの極板Ａ，Ｂを間隔 d で平行に置き，極板Ａに電荷 $+Q$ を，極板Ｂに電荷 $-Q$ を蓄えたとする。以下では極板Ｂの電位を常に０とする。

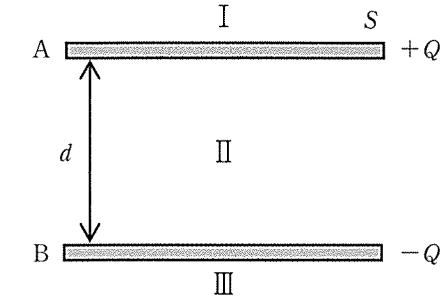


図１

問１ 右の図のⅠ，Ⅱ，Ⅲの領域での電気力線の密度（電場の強さ）はそれぞれ $E_{\mathrm{I}} = \boxed{\text{問1(1)}}$，$E_{\mathrm{II}} = \boxed{\text{問1(2)}}$，$E_{\mathrm{III}} = \boxed{\text{問1(3)}}$ である。またこのときの極板Ａの電位を V_0 とすると，$V_0 = E_{\mathrm{II}} d$ で与えられる。

問１の解答群

a．$\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$　　b．$\dfrac{Q}{2\varepsilon_0}$　　c．$\dfrac{2Q}{\varepsilon_0}$　　d．$\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$　　e．$\dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S}$

f．$\dfrac{2Q}{\varepsilon_0 S}$　　g．$\dfrac{QS}{\varepsilon_0}$　　h．$\dfrac{QS}{2\varepsilon_0}$　　i．$\dfrac{2QS}{\varepsilon_0}$　　j．0

問２ このとき，２つの平行な極板Ａ，Ｂからなるコンデンサーの電気容量 C_0 は $\boxed{\text{問2}}$ である。

問２の解答群

a．$\dfrac{\varepsilon_0}{dS}$　　b．$\dfrac{dS}{\varepsilon_0}$　　c．$\dfrac{2dS}{\varepsilon_0}$　　d．$\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$　　e．$\dfrac{d}{\varepsilon_0 S}$

f．$\dfrac{\varepsilon_0 S}{2d}$　　g．$\dfrac{\varepsilon_0 d}{S}$　　h．$\dfrac{S}{\varepsilon_0 d}$　　i．$\dfrac{2\varepsilon_0 d}{S}$

極板Ａ，Ｂに電荷 $+Q$，$-Q$ をそれぞれ蓄えた状態で，**図２**のように，極板Ａ，Ｂのちょうど中間の位置に，厚さ $\dfrac{d}{2}$ で極板と同じ面積 S の金属板を置いた。

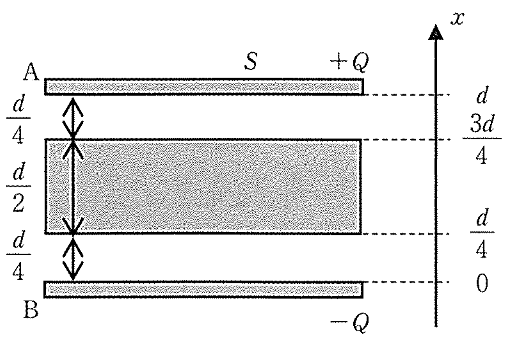


図２

問３ 極板Ｂの位置を $x = 0$，極板Ａの位置を $x = d$ としたとき，$x = \dfrac{d}{4}$ での電位は $\boxed{\text{問3(1)}}$，$x = \dfrac{3d}{4}$ での電位は $\boxed{\text{問3(2)}}$，$x = d$ での電位は $\boxed{\text{問3(3)}}$ である。ただし解答群の V_0 は**問１**で与えられた V_0 と同じである。

問３の解答群

a．0　　b．$\dfrac{V_0}{8}$　　c．$\dfrac{V_0}{4}$　　d．$\dfrac{3V_0}{8}$　　e．$\dfrac{V_0}{2}$　　f．$\dfrac{5V_0}{8}$　　g．$\dfrac{3V_0}{4}$　　h．$\dfrac{7V_0}{8}$　　i．V_0

極板A，Bに電荷 $+Q$，$-Q$ をそれぞれ蓄えた状態で，図3のように，極板間に，厚さ d，面積 S，比誘電率 $\varepsilon_r = 3$ の誘電体をはさんだ。電場の中に置いた誘電体では正負の電荷分布が偏って誘電分極し，その結果，コンデンサーとしての容量は誘電体をはさむ前の3倍になった。

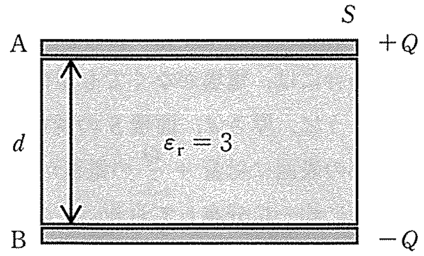


図3

問4　極板A，B間の電気力線の密度（電場の強さ）は，**問1**の同じ位置での密度 E_{II} の $\boxed{\textbf{問4}}$ 倍になる。

問4の解答群

a．3　　b．$\frac{1}{3}$　　c．9　　d．$\frac{1}{9}$　　e．2　　f．$\frac{1}{2}$　　g．4　　h．$\frac{1}{4}$　　i．0

問5　極板間に誘電体をはさむと電気力線の密度が変わるのは，誘電分極にともなって，誘電体の表面に電荷が発生しているためと考えることができる。**図3**において，極板Aに接している誘電体表面に発生する電荷の総量は $\boxed{\textbf{問5}}$ である。

問5の解答群

a．$\frac{Q}{3}$　　b．$\frac{Q}{2}$　　c．$\frac{2Q}{3}$　　d．Q　　e．$-\frac{Q}{3}$　　f．$-\frac{Q}{2}$　　g．$-\frac{2Q}{3}$　　h．$-Q$

極板A，Bに電荷 $+Q$，$-Q$ をそれぞれ蓄えた状態で，**図4**のように，厚さ $\frac{d}{2}$，面積 S，比誘電率 $\varepsilon_r = 3$ の誘電体を極板Aから距離 y（$y < \frac{d}{2}$）の位置に，極板A，Bと一部分だけ重なるように置いた。重なった部分の面積を rS（$0 < r < 1$）とする。極板A，Bそれぞれの上での電荷の分布は必ずしも一様ではないが，極板Aの電位はどこでも同じでなければならないことに注意して，以下の問に答えよ。

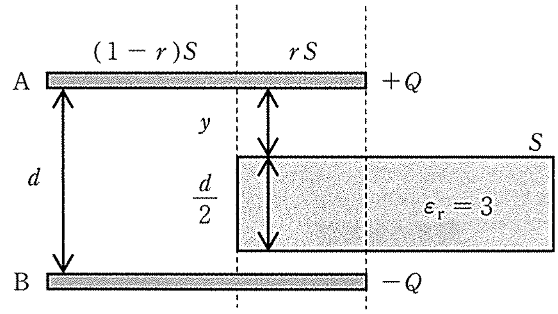


図4

問6　極板Aの電位は，**問1**で与えられた V_0 の $\boxed{\textbf{問6}}$ 倍である。

問6の解答群

a．$\dfrac{d^2 r}{3y\left(\frac{d}{2}-y\right)} + 1 - r$　　b．$\dfrac{6y\left(\frac{d}{2}-y\right)r}{d^2} + 1 - r$　　c．$\dfrac{9y^2\left(\frac{d}{2}-y\right)^2 r}{d^4} + 1 - r$

d．$\dfrac{2+r}{2}$　　e．$\dfrac{3-r}{3}$

f．$\dfrac{1}{\dfrac{d^2 r}{3y\left(\frac{d}{2}-y\right)} + 1 - r}$　　g．$\dfrac{1}{\dfrac{6y\left(\frac{d}{2}-y\right)r}{d^2} + 1 - r}$　　h．$\dfrac{1}{\dfrac{9y^2\left(\frac{d}{2}-y\right)^2 r}{d^4} + 1 - r}$

i．$\dfrac{2}{2+r}$　　j．$\dfrac{3}{3-r}$

誘電体の誘電分極は通常，電場が存在するときのみ発生するが，特別な場合には，電場がなくても存在できる。誘電体の誘電分極により，**図5**のように，厚さ d，面積 S の誘電体の上部の表面に総量 $-\dfrac{Q}{3}$ の電荷が，下部の表面に総量 $+\dfrac{Q}{3}$ の電荷が，それぞれ発生したとする。この電荷は表面に均一に分布しており，どのような大きさの電場の中でも全く変化しないものとする。このような誘電体を強誘電体と呼ぶことにする。

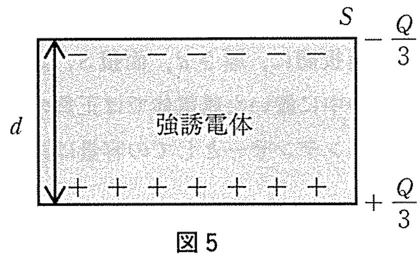


図5

この強誘電体を，**図6**のように，間隔 d で置かれた面積 S の2つの極板A，Bの間にはさんだ。極板A，Bには最初電荷は蓄えられていないものとする。極板A，Bを電源につなぎ，極板A，Bに徐々に電荷を蓄えて，最終的にそれぞれ電荷 $+Q$，$-Q$ を蓄えた。ただし，この過程でジュール熱は発生しないものとする。また，以下の解答群の V_0 は**問1**で与えられた V_0 と同じである。

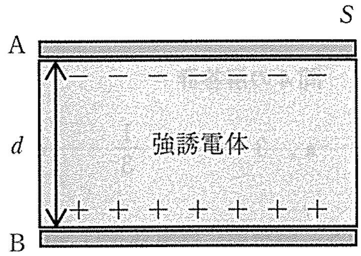


図6

問7　上記の過程で，極板Aに蓄えられた電荷が0，$+\dfrac{Q}{3}$，$+Q$ のときの極板Aの電位はそれぞれ，**問7(1)**，**問7(2)**，**問7(3)** である。ただし，極板に電荷を蓄える時に，強誘電体の誘電分極は変化しないものとする。

問7の解答群

a．0　　b．$\dfrac{V_0}{3}$　　c．$\dfrac{V_0}{2}$　　d．$\dfrac{2V_0}{3}$　　e．V_0

f．$-\dfrac{V_0}{3}$　　g．$-\dfrac{V_0}{2}$　　h．$-\dfrac{2V_0}{3}$　　i．$-V_0$

問8　上記の過程で，はじめの極板A，Bに蓄えられていた電荷が0である状態から，最終的に極板A，Bにそれぞれ電荷 $+Q$，$-Q$ を蓄えるまでに，電源がしなければならない仕事は **問8** である。

問8の解答群

a．0　　b．$\dfrac{QV_0}{6}$　　c．$\dfrac{QV_0}{3}$　　d．$\dfrac{QV_0}{2}$　　e．$\dfrac{2QV_0}{3}$

f．$\dfrac{5QV_0}{6}$　　g．QV_0　　h．$-\dfrac{QV_0}{6}$　　i．$-\dfrac{QV_0}{3}$　　j．$-\dfrac{QV_0}{2}$

k．$-\dfrac{2QV_0}{3}$　　l．$-\dfrac{5QV_0}{6}$　　m．$-QV_0$

物理（記述解答問題）

〔Ⅱ〕 以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

図のように，水平な床の上に質量 M の台が置かれている。面AB は水平で，なめらかに曲面BC につながっている。曲面BC はO点を中心とする半径 R の円周の一部で，∠BOC は60°，台の上面CD は水平で長さは L で与えられる。床，面AB，曲面BC，面CD はいずれもなめらかで摩擦がない。最初，台は床に固定され，静止しているとする。いま，質量 m（$m < M$）の小球を，面AB 上で水平右向きに初速 v_0 で打ち出した。小球の大きさは無視できるものとする。また，小球が面AB，曲面BC を運動する間は，台と小球が離れることはない。ここで，図の水平右向きを x 軸の正，鉛直上向きを y 軸の正とする。重力加速度の大きさを g，小球と面CD との間のはね返り係数を e（$0 < e < 1$）として以下の問に答えよ。

問1 小球がC点に到達するために必要な初速 v_0 の最小値を g，R を用いて表せ。以下ではこの値を v_c とする。

問2 小球に初速 $v_0 = 2v_c$ を与え，小球が曲面BC を移動する間の運動を考える。O点を中心として角度 θ を0°（B点）から60°（C点）まで図のように定義するとき，C点における速度の水平成分 v_x と垂直成分 v_y の値を v_0 を用いて表せ。さらに，B点，C点の周辺ではそれぞれ異なる速度を持つ円運動とみなせることに着目して，横軸を角度 θ，縦軸を速度成分にとり，BC 間における v_x，v_y のグラフの概略を図示せよ。

問3 小球に初速 v_0（$v_0 > v_c$）を与えると，小球は曲面BC を上りきったのちC点を離れ，放物運動をして面CD に衝突した。C点を離れてから最初の衝突までの時間 T_1，水平方向の移動距離 X_1 を v_0，g，R を用いて表せ。

問4 **問3**と同様に，小球にある初速 v_0（$v_0 > v_c$）を与える。C点を飛びだして $n-1$ 回目（$n \geqq 2$）の衝突から n 回目の衝突までの時間を T_n，水平方向の移動距離を X_n とする。このとき T_n および X_n を，**問3**で定義した T_1，X_1 および e を用いて表せ。

問5 **問4**において，小球は面CD と多数回の衝突・はね返りを繰り返したのち，D点に到達する前にはね返るのをやめ，面CD 上をすべりだした。このとき，長さ L は少なくとも X_1 の何倍以上必要か，その最小値を答えよ。また，C点を飛びだしてからすべり出すまでに失われた力学的エネルギーの総和を m，v_0，g，R，e から適当なものを用いて表せ。必要ならば，n が1より十分大きい整数であるとき，$0 < r < 1$ の実数に対する和の式 $1 + r + r^2 + r^3 + \cdots + r^n \fallingdotseq \dfrac{1}{1-r}$ を用いてよい。

ここで台と床との固定をはずし，台は床上を水平方向のみに，なめらかに動くことができるものとする。再び小球を元の位置にもどし，水平右向きに初速 v_0 で打ち出した。小球が面AB 上を運動しているとき，台は静止していた。以下の設問に答えよ。

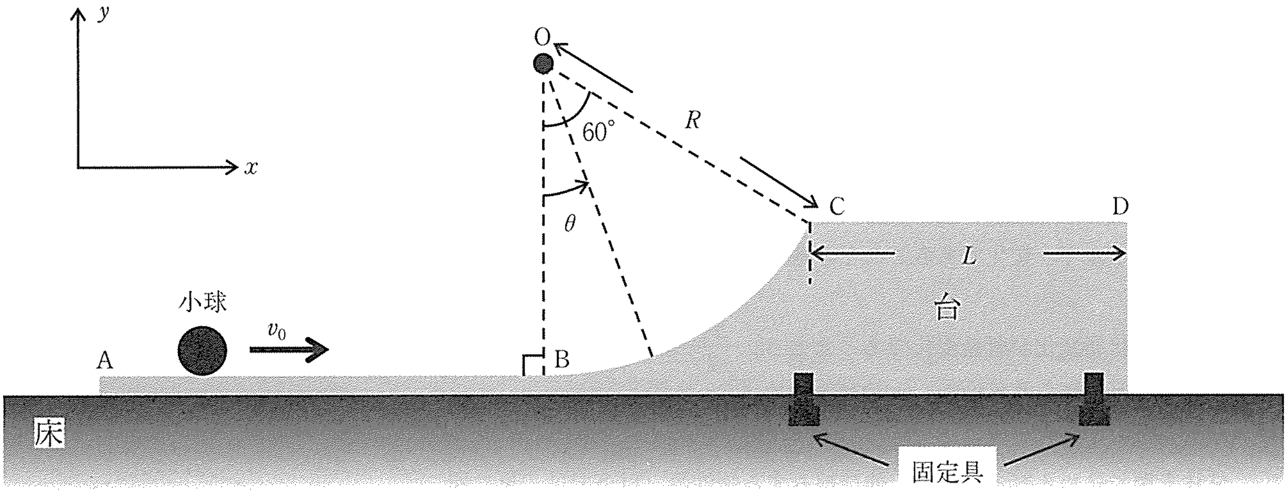
問6 小球がC点に到達するために必要な初速 v_0 の最小値を求めよ。以下ではこの最小値を v_c' とする。

問7 初速 v_0（$v_0 > v_c'$）を与えると，小球はC点から飛び出した。この瞬間における，床に対する小球の速度の水平成分を v_x，垂直成分を v_y，台の速度を V とする。v_y を v_x および V を用いて表せ。

以下では，とくに台の質量が小球の3倍（$M = 3m$）かつ $v_0 = 2v_c'$ である場合を考える。

問8　台の速度 V を g と R を用いて表せ。

問9　小球は面CDと多数回の衝突・はね返りを繰り返したのち，D点に到達する前にはね返るのをやめ，面CD上をすべりだした。このとき，長さ L の最小値は，台を床に固定して同じ初速（$v_0 = 2v_c'$）を小球に与えた場合の何倍になるか。



図

物理（記述解答問題）

〔Ⅲ〕 以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

体積 V，温度 T であった1 mol の単原子分子理想気体が，体積 $V+\varDelta V$，温度 $T+\varDelta T$ へと状態変化する場合について考えよう。気体定数は R で表す。以下では，$\varDelta V$ は V より非常に小さく（$\varDelta V \ll V$），$\varDelta T$ は T より非常に小さい（$\varDelta T \ll T$）ものとする。

解答の際には，一般に $x \ll 1$，$y \ll 1$ のときに成り立つ近似式 $(1+x)^s \fallingdotseq 1+sx$，$(1+x)(1+y) \fallingdotseq 1+x+y$ を用いよ。

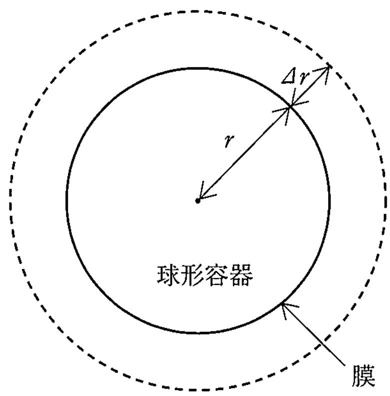
問1 この状態変化において，気体の内部エネルギー変化を $\varDelta U$，気体に加えられた熱を $\varDelta Q$ で表す。熱力学第1法則を考慮して，$\varDelta U$ を $\varDelta Q$，R，T，V，$\varDelta V$ を用いて表せ。

問2 この状態変化が定圧変化であったとき，$\dfrac{\varDelta T}{T}$ を V，$\varDelta V$ を用いて表せ。さらに，$\varDelta U$ が単原子分子理想気体の内部エネルギー変化であることを考慮して，この状態変化における $\varDelta Q$ を R，T，V，$\varDelta V$ を用いて表せ。

問3 この状態変化が断熱変化であったとき，$\dfrac{\varDelta T}{T}$ を V，$\varDelta V$ を用いて表せ。さらに，断熱変化では VT^{α} が一定になることが知られている。α の値を求めよ。

気体を閉じ込める容器として，伸び縮みする弾性膜（以下では，単に膜と呼ぶ）でできた球形容器（以下では，単に容器と呼ぶ）を用いることにする。ここで，容器の半径 r が変わると，膜の表面積も変化することに注意しよう。一般に，膜を引き伸ばすと，元に戻ろうとする力（弾性力）が膜にはたらく。したがって，引き伸ばして膜の面積を広げるには，弾性力に逆らって仕事をする必要があり，膜の面積を $\varDelta S$ だけ広げるのに必要な仕事が $\sigma\varDelta S$（$\sigma > 0$）で与えられるとする。

いま，容器に1 mol の単原子分子理想気体を閉じ込め，容器の外部の圧力をわずかに変化させ，図のように，最初 r であった容器の半径が，$r+\varDelta r$ に変化したとしよう。ただし，$\varDelta r \ll r$ とする。以下では，気体と容器を合わせた全体の状態変化に着目し，気体と容器は常に同じ温度 T で状態変化するものとする。



図

問4 容器の半径が r から $r+\varDelta r$ に変化するときの容器内の体積変化を，上記の近似式を考慮して，r，$\varDelta r$ を用いて表せ。

問5 **問4**において，容器内の気体がされた仕事を R，T，r，$\varDelta r$ を用いて表せ。

問6 容器の半径が r から $r+\varDelta r$ に変化するとき，膜の表面積も変化する。このとき膜がされた仕事を，上記の近似式を考慮して，σ，r，$\varDelta r$ を用いて表せ。

ここで，$\sigma = bT$（b は正の定数）と表される場合を考えよう。なお，σ が温度 T に比例して大きくなる性質を示す具体的な例としてゴムがある。σ にこのような温度依存性があると，ゴムを急に引っ張ったときゴムの温度が上昇することが知られている。この状態変化においては，理想気体だけでなく容器についても内部エネルギー変化を考える必要がある。すなわち，膜についても気体と同様の熱力学第1法則が成り立つものとする。

問7　この状態変化における気体および容器の内部エネルギー変化をそれぞれ $\varDelta U$，$\varDelta U'$，また，気体と容器に加えられたすべての熱を $\varDelta Q$ とする。**問5**と**問6**の結果をふまえて，気体と容器を合わせた全体についての熱力学第1法則の式を書け。ただし，答は $\varDelta U$，$\varDelta U'$，$\varDelta Q$，R，T，b，r，$\varDelta r$ を用いて表せ。

問8　**問7**において，$\varDelta U' = c\varDelta T$（$c$ は正の定数）と表されるとしよう。この状態変化が断熱変化であったとき，$\varDelta U$ が単原子分子理想気体の内部エネルギー変化であることを考慮して，$\dfrac{\varDelta T}{T}$ を r，$\varDelta r$，R，b，c を用いて表せ。ここで，気体の入った容器を断熱膨張（$\varDelta Q = 0$）させると温度が上昇したとする。このとき，容器の半径 r がみたすべき条件式を求めよ。