物理　問題 I

図 1 (a)のように，水平な台の上に半径 r の円筒が固定されている。図 1 (b)は円筒を上から見た図である。点 P，Q，R，S は円周上の点であり，直線 PR，QS は円の中心点 O で直交している。点 S には，直線 OS に沿って平らな反射板が台と垂直に立てられている。図 1 (b)のように，質量 m の物体 A が，反射板右面と円筒内側に接して点 S に置かれている。物体 A に円の接線方向に大きさ v_0 の初速度を与えると，物体 A は点 P にむかって等速円運動をはじめた。反射板の両面と物体 A との反発係数を e ($0 < e < 1$) とする。重力は鉛直下向きに作用し，重力加速度の大きさを g とする。台と物体 A，および，円筒と物体 A との間の摩擦は無視できる。また，円筒と反射板の厚さ，および，物体 A の大きさは無視できる。以下の設問に答えよ。

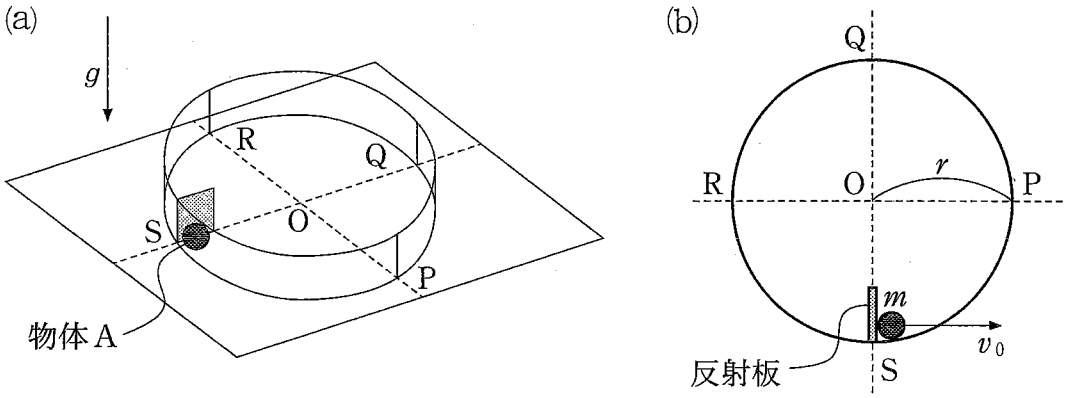

図 1

設問(1)：物体 A が等速円運動をはじめてから反射板に衝突するまでの間に，円筒から受ける垂直抗力の大きさ N を，m，r，v_0 を用いて表せ。

設問(2)：物体 A は円筒に沿って一周し，反射板と衝突後，逆回りの等速円運動をはじめ，速さ v_1 で反射板と再び衝突した。v_1，および 1 回目と 2 回目の衝突の間の時間 t_1 を，e，r，v_0 のうち必要なものを用いて表せ。

次に図2(a)のように，直線PRと水平面との平行を保ちながら台を水平面から角度$\varphi\left(0<\varphi\leqq\frac{\pi}{2}\right)$だけ傾ける。図2(b)は円筒を上から見た図である。反射板右面と円筒内側に接して点Sに置かれた物体Aに，円の接線方向に大きさv_0の初速度を右向きに与えた。図2(b)には，物体Aが点Sを出発して円運動をしながら$\angle SOZ=\theta$となる点Zをはじめて通過するときの様子が図示されている。なお，点Zにおける円運動の角速度をωとする。ただし，S→P→Q→Rの向きをωの正の向きとし，点Oを原点として，OP方向にx軸，OQ方向にy軸をとる。

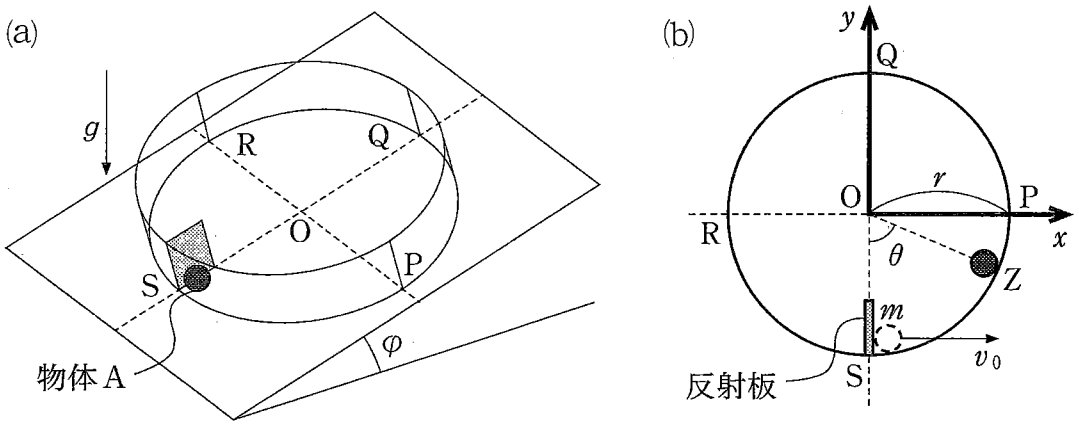

図2

設問(3)：物体Aがはじめて点Zを通過するときの角速度ωを，g，r，v_0，θ，φを用いて表せ。

設問(4)：物体Aが点Zをはじめて通過するときに，円筒から受ける垂直抗力の大きさN'を，g，m，r，v_0，θ，φを用いて表せ。

v_0 の値に応じて，物体Aのふるまいには，以下の3つの場合が考えられる。(Ⅰ)円周上の点 Z_1($\angle SOZ_1 = \theta_1$)で角速度がゼロになって静止した後，円筒に沿って逆方向に動き出す。(Ⅱ)円周上の点 Z_2($\angle SOZ_2 = \theta_2$)で円筒から受ける垂直抗力がゼロとなり，円筒から離れる。(Ⅲ)点Qを通過し，そのまま円運動を続ける。

設問(5)：v_0 の値に応じた物体Aのふるまいの変化，および，v_0 と θ_1，θ_2 との関係を考える。以下の空欄 [(ア)] ～ [(オ)] に入る数式または数値を，g，r，v_0，φ のうち必要なものを用いて答えよ。

[(ア)] $< v_0 \leqq$ [(イ)] のとき：

物体Aのふるまいが(Ⅰ)となり，$\cos\theta_1 =$ [(ウ)] と表される。

[(イ)] $< v_0 <$ [(エ)] のとき：

物体Aのふるまいが(Ⅱ)となり，$\cos\theta_2 =$ [(オ)] と表される。

[(エ)] $\leqq v_0$ のとき：

物体Aのふるまいが(Ⅲ)となる。

設問(6)：(Ⅱ)の場合に，物体Aが円筒から離れた後，再び円筒と衝突するまでに描く軌跡を考える。以下の空欄 [(カ)] ～ [(サ)] に入る数式または数値を，g，θ_2，φ のうち必要なものを用いて答えよ。ただし，物体Aが円筒から離れる瞬間の角速度を ω_2 とする。

時刻 $t = 0$ に物体Aが点 Z_2 において円筒から離れた後，時刻 t における物体Aの位置を示す x 座標と y 座標を，t の関数として表すと，

$$x = r(\boxed{(カ)}) + r\omega_2 t(\boxed{(キ)}) + t^2(\boxed{(ク)}),$$
$$y = r(\boxed{(ケ)}) + r\omega_2 t(\boxed{(コ)}) + t^2(\boxed{(サ)})$$

と求まる。

設問(7)：次に，(Ⅲ)の場合を考える。図2(b)のように物体Aに初速度v_0を与えると，物体Aは点Qを通過して反射板と衝突する運動を繰り返した。物体Aは，点Qをn回通過すると，その後は点Qを通過することはなかった($n \geqq 1$)。以下の空欄 [(シ)] ～ [(ソ)] に入る数式を答えよ。ただし，[(シ)] はeとv_0を用いて，[(ス)] [(セ)] はe，g，n，r，φを用いて，[(ソ)] はn，α，βを用いてそれぞれ表せ。

物体Aが反射板とn回衝突をした直後の速さv_nをv_0を用いて表すと，$v_n =$ [(シ)] である。またこのとき，v_0の満たすべき条件式を求めると，[(ス)] $\leqq v_0 <$ [(セ)] となる。

この結果をふまえ，実験条件を変えて衝突回数nの変化を考える。反発係数eの値を固定したまま，v_0の大きさを$\left(\frac{1}{e}\right)^{\alpha}$倍，$\sin\varphi$の大きさを$e^{2\beta}$倍にすると，衝突回数は [(ソ)] 回になる。ここでα，βは正の整数とする。

物理　問題Ⅱ

図1のように，固定された2本の平行な導体のレールの上を，導体棒PQがレールに対して直交を保ちながら，なめらかに動く。レールの間隔をl，導体棒の質量をMとする。レールは，水平に対して$\theta\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$の角度で傾いている部分と，水平な部分とから構成される。導体棒は，折れ曲がりの点Oにおいても，なめらかに運動できるとする。鉛直上向きに一様な磁場(磁束密度B)がかかっている。2本のレールの上端には，抵抗R(抵抗値R)と，コイルL(自己インダクタンスL)が直列に接続され，図1のように，スイッチSが抵抗Rに並列に接続されている。レールと導体棒との摩擦，および，抵抗R以外での電気抵抗は無視できる。また，重力は鉛直下向きに作用し，重力加速度の大きさをgとする。以下の設問に答えよ。

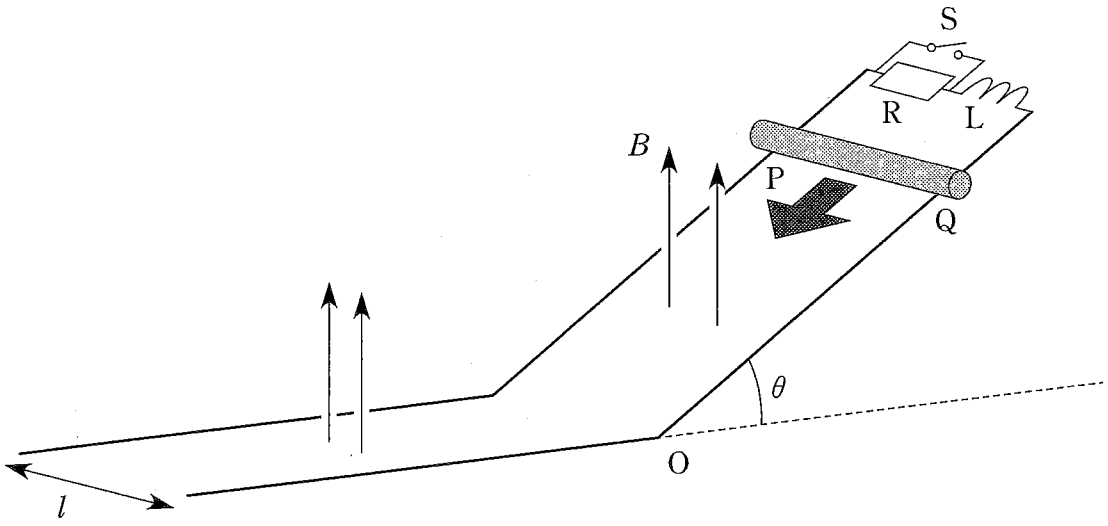

図1

スイッチSが開の状態で，図1の位置から導体棒が下降運動を始めた。ある速度に到達したあとは，点Oまで等速で下がり続けた。このとき，導体棒には一定の大きさの電流I_0が流れ続け，コイルに蓄えられたエネルギーは，導体棒の運動エネルギーに等しくなった。

設問(1)：導体棒に流れる電流の向きは，(ア)PからQに向かう方向，(イ)QからPに向かう方向，のどちらか。(ア)または(イ)で答えよ。

設問(2)：導体棒にかかる力のつりあいを考えて，導体棒に流れる電流の大きさI_0を，B，g，l，M，θを用いて表せ。

設問(3)：コイルの自己インダクタンスLと抵抗値Rの間で満足すべき関係式を，B，L，l，M，R，θを用いて表せ。

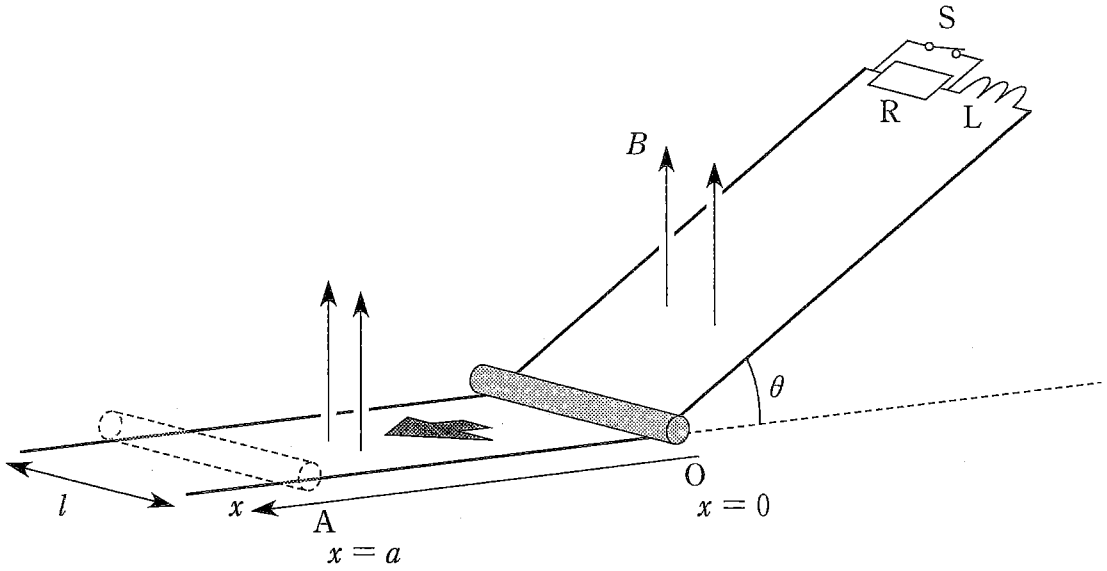

図 2

導体棒が点 O に到達した瞬間に，スイッチ S を閉の状態にする。図 2 のように，水平なレールに沿って x 軸を取り，導体棒が点 O を通過したあとの水平な部分での運動を考える。

設問(4)：時刻 t から微小時間 Δt の間に，導体棒の位置 $x\,(x > 0)$ と導体棒に流れる電流 I（設問(1)で求めた流れる向きを正）が，それぞれ微小量 Δx と ΔI だけ変化したとする。導体棒の速度は $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ であることを使って，ΔI を，Δx，B，L，l を用いて表せ。

設問(5)：導体棒は，水平なレール上を点 A $(x = a)$ に到達し，そこで折り返して点 O の方向へ動き出した。エネルギー保存則を考えて，点 A の位置 a を，B，I_0，L，l を用いて表せ。なお，$\Delta I = c\Delta x$（c は定数）のとき，位置 $x\,(x > 0)$ で導体棒に流れる電流 I は，x に対して傾き c の直線の関係となることを利用せよ。

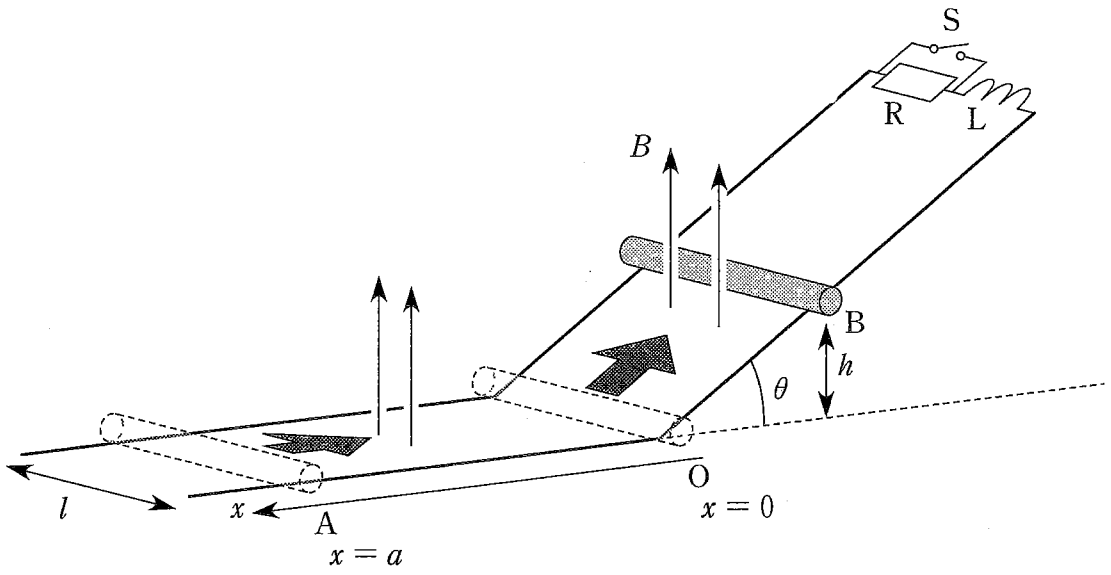

図 3

水平なレール上を点 A から点 O へ運動した導体棒は，点 O を再通過したのち，角度 θ の斜面を昇り始めた。そして，図 3 のように，高さ h(点 O の高さを基準とする)の最高点 B に到達し，その瞬間にスイッチ S を開の状態に戻した。OA 間，および，OB 間での導体棒の運動方程式は，単振動の式に等しくなることに注意して，以下の設問に答えよ。

設問(6)：点 B の高さ h を，B，I_0，L，l，θ を用いて表せ。

設問(7)：導体棒が O → A → O → B と進むのにかかった総時間 T を，B，L，l，M，θ を用いて表せ。

設問(8)：導体棒は点 B に到達後，下降運動を始めて，最終的に水平レール上のある場所で止まった。スイッチ S を開の状態に戻してから導体棒が止まるまでの間に，抵抗 R で発生した熱エネルギーの総量 W を求めよ。なお，設問(6)の h を用いてよい。

物理　問題Ⅲ

図1のように，ゆっくりと状態1から状態A，2，Bを通って，再び状態1にもどる熱機関のサイクルを考えよう。熱機関には1モルの単原子からなる理想気体が入っている。状態1から状態Aまでは圧力p_1を一定に保つ定圧変化，状態Aから状態2までは体積V_2を一定に保つ定積変化，状態2から状態Bまでは圧力p_2，体積V_2から圧力p_B，体積V_1へと変化する断熱変化，そして状態Bから状態1までは体積V_1を一定に保つ定積変化とする。状態1，2，A，Bの温度をそれぞれT_1，T_2，T_A，T_Bと表す。また，$p_B \geqq p_1$を満たすものとする。以下，気体定数をR，定積モル比熱をC_V，定圧モル比熱をC_p，比熱比を$\gamma\left(\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}\right)$とする。必要ならば，$C_V = \dfrac{3}{2}R$，$C_p = C_V + R$，断熱変化においては$pV^\gamma =$ 一定の関係が成立すること，任意の定数aと自然数nに対して$(a^n)^{\frac{1}{n}} = a$が成立することを用いてよい。以下の設問に答えよ。

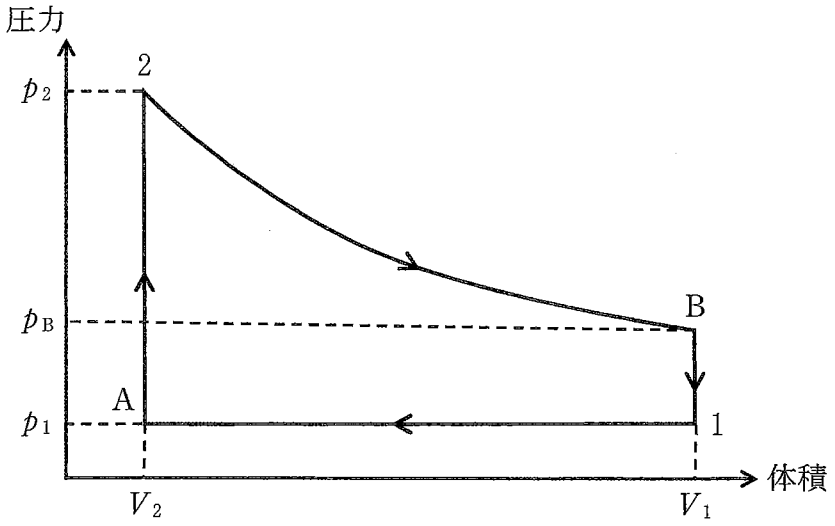

図1

設問(1)：以下の文章が正しい記述になるように，［　　］を埋めよ。(あ)～(か)には問題文のうしろにある指定された選択肢(1)～(3)から適切なものを選んで，番号を書け。(a)～(f)については，｛　｝の中から適切な記号を用いて，その値の大きさを(絶対値記号を用いずに)式で表せ。その値が正になるように符号に気をつけること。ただし，値がゼロとなる場合は0と記入せよ。

状態1から状態Aまでの過程で，気体は [(あ)]，外界とやりとりする熱量は $Q_{1\to A}$ = [(a){T_1, T_A, R}] である。また，気体は [(い)]，その仕事量は $W_{1\to A}$ = [(b){T_1, T_A, R}] である。

状態Aから状態2までの過程で，気体は [(う)]，外界とやりとりする熱量は $Q_{A\to 2}$ = [(c){T_A, T_2, R}] である。また，気体は [(え)]，その仕事量は $W_{A\to 2}$ = [(d){T_A, T_2, R}] である。

状態2から状態Bまでの過程で，気体は [(お)]，外界とやりとりする熱量は $Q_{2\to B}$ = [(e){T_2, T_B, R}] である。また，気体は [(か)]，その仕事量は $W_{2\to B}$ = [(f){T_2, T_B, R}] である。

[(あ)]，[(う)]，[(お)] の選択肢：

(1) 外界に熱を放出し

(2) 外界から熱を吸収し

(3) 外界と熱のやり取りを行わず

[(い)]，[(え)]，[(か)] の選択肢：

(1) 外界に仕事をし

(2) 外界から仕事をされ

(3) 仕事をせず

設問(2)：状態1から再び状態1にもどるサイクルにおいて，この熱機関が外界に行う正味の仕事 W を，T_1，T_2，T_A，T_B，R を用いて表せ。

つぎに，体積 V_1 と V_2 が $\dfrac{V_1}{V_2} = 8$ を満たす場合を考える。以下の設問に答えよ。

設問(3)：状態Bの圧力 p_B が $p_B \geqq p_1$ を満たすためには，状態2の圧力 p_2 が p_1 の何倍以上であればよいか。

設問(4)：$\dfrac{p_1}{p_2}$ を x とおき，熱機関の効率 e を x の関数として表せ。

設問(5)：$p_B \geqq p_1$ の条件のもとで，熱機関の効率 e が最小となるのは x がいくつのときか。また，そのときの熱機関の効率 e_{min} を有効数字 2 桁で求めよ。

設問(6)：図 1 の 1 → A → 2 → B → 1 のサイクルのうち，1 → A → 2 の過程を状態 1 から体積 V_2 までの断熱変化過程と，その後の状態 2 にいたる定積変化過程に変更した。このときの熱機関の効率 e' が，$\frac{p_1}{p_2}$ によらず一定であることを証明せよ。さらに e' を有効数字 2 桁で求めよ。

問　題　訂　正

教科：　理　科　（すべての対象学部）

問題訂正

・科目名：物理

・問題冊子　5　ページ

・問題番号：問題Ｉ，設問（７）

・問題文の　上　から　5　行目

（誤）

・・・ （シ） はeとv_0を用いて

（正）

・・・ （シ） はe，$\underline{n}$，v_0を用いて

↑

この文字を追加

問　題　訂　正

教科：　理　科

問題冊子に，次のとおり問題訂正があります。

・物理：問題訂正１箇所
・生物：問題訂正１箇所
・地学：問題訂正１箇所

物理：問題訂正

・問題冊子　５ページ
・問題番号：問題Ⅰ，設問（７）
・問題文の上から７行目

(誤)　・・・速さv_{n}を・・・

(正)　・・・速さv_{n}を・・・
（斜体）

生物：問題訂正

・問題冊子　４９ページ
・問題番号：問題Ⅲ，設問（１）
・問題文の上から５～７行目

(誤)

実験２の結果：発光する細胞が生じ，発光を保ったまま増殖した。
実験３の結果：発光する細胞が生じなかった。生じた発光する細胞の数は実験１と差がなかった。

(正)

実験２の結果：発光する細胞が生じ，発光を保ったまま増殖した。
生じた発光する細胞の数は実験１と差がなかった。
実験３の結果：発光する細胞が生じなかった。

地学：問題訂正

・問題冊子　５８ページ
・問題番号：問題Ⅰ，問１
・問題文の下から１～２行目

(誤)　（ｆ）～（ｊ）に相当する語句を答えなさい。

(正)　（ｆ）と（ｇ）に相当する語句を答えなさい。
［（ｈ）～（ｊ）については解答しなくてよい。］