物理　問題 I

図1に示すように，水平面より角度θだけ傾いた斜面がある。その斜面上に質量Mの三角台（$\angle QPR = \theta$）が辺PRを斜面に接して置かれており，三角台の辺QRは斜面の下端にある斜面に垂直な壁とばね定数kのばねでつながれている。また，辺PQ上の中点には大きさが無視できる質量mの物体が置かれている。ばねは斜面に対して平行で，フックの法則に従うものとし，三角台と斜面の間には摩擦がないものとする。

最初，物体および三角台は，三角台に作用する力が釣り合う位置で静止している。このとき，ばねは自然長よりdだけ縮んでいる。このつり合いの状態における点Rの位置を原点として，斜面と平行にx軸を取り，右下方向を正とする。また，三角台は十分に大きく，物体は三角台上で運動するものとする。ただし，空気による抵抗はなく，重力加速度の大きさをgとする。以下の設問に答えよ。

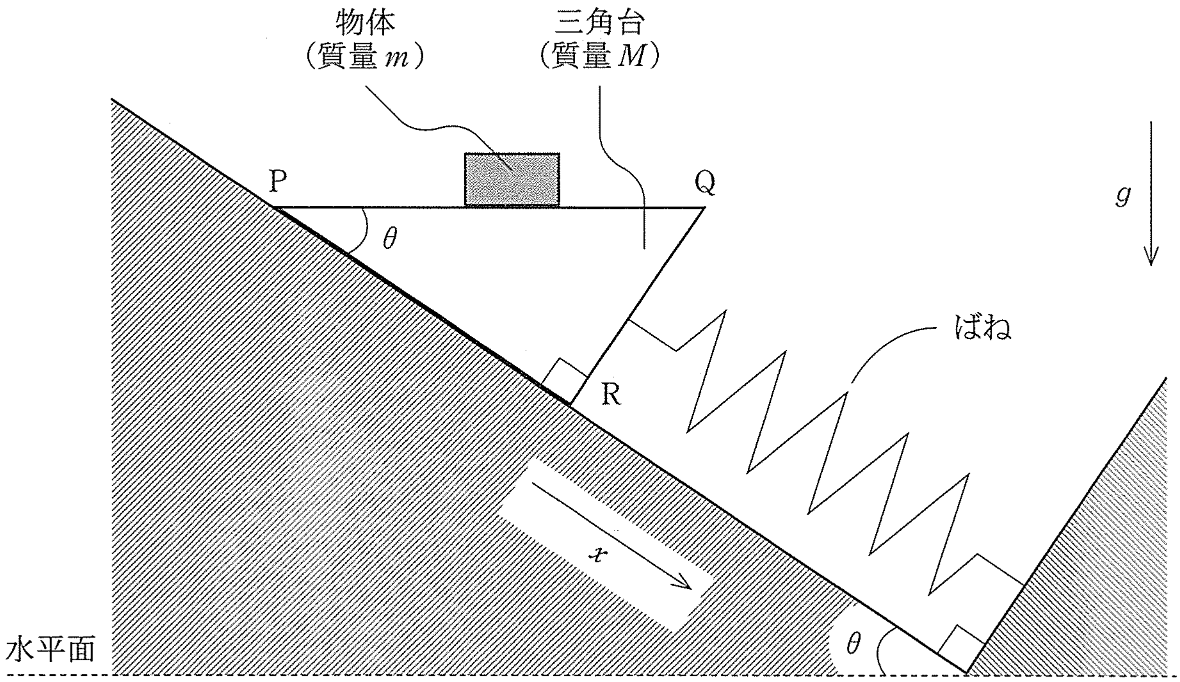

図1

設問(1)：dをg，k，m，M，θを用いて表せ。

まず，物体と三角台の間には摩擦がないものとする。三角台が斜面に沿って加速度 α で運動する場合を考えよう。図 1 の状態からばねが自然長となる位置 $(x = -d)$ まで物体および三角台を戻し，そこで静かに手を離す。以下の設問に答えよ。

設問(2)：以下の文章が正しい記述になるように，$\boxed{\quad}$ を埋めよ。(あ)は d，g，k，M，N，x，θ，(い)は g，m，α，θ，(う)は k，m，M，x，θ，(え)は g，k，m，M，x，θ を用いて表せ。

三角台の斜面方向の運動方程式は，三角台が物体から受ける垂直抗力を N とすると，

$$M\alpha = \boxed{(あ)} \quad \cdots\cdots①$$

となる。一方，三角台とともに移動する観測者から見た，物体に働く垂直方向の力の釣り合いより，垂直抗力は，

$$N = \boxed{(い)} \quad \cdots\cdots②$$

と表される。②式を①式に代入し，設問(1)の結果を使うと，加速度は，

$$\alpha = \boxed{(う)} \quad \cdots\cdots③$$

と求まる。③式の結果を②式に代入すると，垂直抗力は $N = \boxed{(え)}$ と求まる。

設問(3)：以下の文章が正しい記述になるように，$\boxed{\quad}$ を埋めよ。(き)(く)には問題文のうしろにある選択肢(a)～(d)から適切なものを選んで，記号を書け。また，(お)(か)(け)に入る数式を d，k，m，M，θ から必要なものを用いて表せ。

三角台は，x 軸方向の単振動を行う。その周期は $\boxed{(お)}$，振幅は $\boxed{(か)}$ となる。このとき物体に作用する $\boxed{(き)}$ 方向の力はゼロである。従って，物体は三角台の単振動と同じ周期で $\boxed{(く)}$ 方向の単振動を行う。また，その振幅は $\boxed{(か)} \times \boxed{(け)}$ となる。

$\boxed{(き)}$ $\boxed{(く)}$ の選択肢：

(a) 水平

(b) 鉛直

(c) 斜面に平行な

(d) 斜面に垂直な

次に，図１において質量 M の三角台を，同じ質量で三角台と物体の間に摩擦があるものに取り換えた。ただし，三角台と斜面の間には摩擦がないものとする。図１の状態からばねが自然長となる位置（$x = -d$）まで物体および三角台を戻し，そこで静かに手を離すと，静止摩擦力により物体と三角台が一体となって動き出した。三角台と物体の間の静止摩擦係数を μ_0 と表す。以下の設問に答えよ。

設問(4)：物体に作用する静止摩擦力を F とする。ただし，水平方向に沿って右向きを F の正の方向とする。位置 x における静止摩擦力 F を g，k，m，M，x，θ，μ_0 のうち必要なものを用いて表せ。

設問(5)：物体と三角台との間の最大静止摩擦力を F_0 とする。位置 x における F_0 の大きさを g，k，m，M，x，θ，μ_0 のうち必要なものを用いて表せ。

設問(6)：以下の文章が正しい記述になるように，$\boxed{(こ)}$ ～ $\boxed{(し)}$ に入る数式を g，k，m，M，θ，μ_0 のうち必要なものを用いて表せ。

物体と三角台が一体となって動き続けるために必要な，静止摩擦係数の最小値を求めてみよう。物体と三角台が互いに滑らないためには，運動中のあらゆる位置で静止摩擦力の大きさ $|F|$ が最大静止摩擦力 F_0 を下回っていなければならない。$F_0 - |F|$ が最も小さくなるとき，静止摩擦力は $\boxed{(こ)}$，最大静止摩擦力は $\boxed{(さ)}$ と表される。これより，物体と三角台が互いに滑らないための静止摩擦係数の最小値は $\boxed{(し)}$ と求まる。

物理　問題II

図１に示すように，直流電源V_1(起電力V_1)，検流計G(内部抵抗値R_G)，抵抗R_1(抵抗値R_1)，抵抗R_2(抵抗値R_2)，抵抗R_3(抵抗値R_3)，抵抗R_4(抵抗値R_4)からなる回路がある。直流電源V_1の内部抵抗と導線の抵抗は無視する。端子Cから端子Pに流れる電流をI_L，端子Cから端子Qに流れる電流をI_R，端子Pから端子Qに向かって検流計Gを流れる電流をI_Gとする。ただし，図の矢印の方向を電流の正方向と定義する。以下の設問に答えよ。

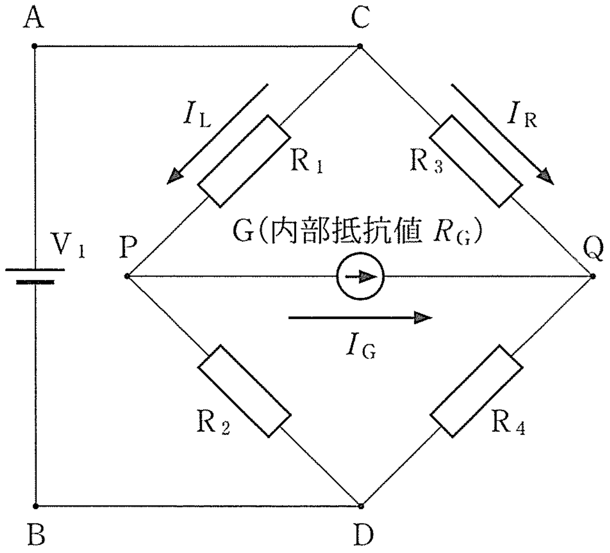

図１

設問(1)：経路A―B―D―P―C―Aならびに経路A―B―D―Q―C―Aにおいて電圧に関するキルヒホッフの法則を適用し，I_LならびにI_RをV_1，I_G，R_1，R_2，R_3，R_4の中から適切なものを用いて示せ。

設問(2)：経路C―P―Q―Cにおいて電圧に関するキルヒホッフの法則を適用し，I_L，I_R，I_G，R_1，R_3，R_Gの間に成り立つ関係式を示せ。

設問(3)：$V_1 = 5\,\mathrm{V}$，$R_1 = 2\,\Omega$，$R_2 = 1\,\Omega$，$R_3 = 1\,\Omega$，$R_4 = 2\,\Omega$，$R_G = 2\,\Omega$の場合について，I_Gを符号を含めて計算せよ。

次に図１の回路の中の，抵抗 R_2 をダイオード R_D に，抵抗 R_4 を非直線抵抗 R_N に，それぞれ置き換えた(図２)。ダイオード R_D は順方向の電圧を印加したとき，電圧(V)とそのとき流れる電流(I)との間に $V^2 = a_D{}^2 I$(a_D は正の定数)の関係が成り立つような性質を持っている。逆方向の電圧を印加したときは電流が流れない。また，非直線抵抗とは電流の大きさが電圧に比例しない抵抗で，非直線抵抗 R_N は電圧(V)とそのとき流れる電流(I)との間に $V = a_N{}^2 I^2$(a_N は正の定数)の関係が成り立つような性質を持っている。ただし，電圧に対する電流の向きは通常の抵抗と同じである。検流計 G に流れる電流が 0 となるとき，以下の設問に答えよ。

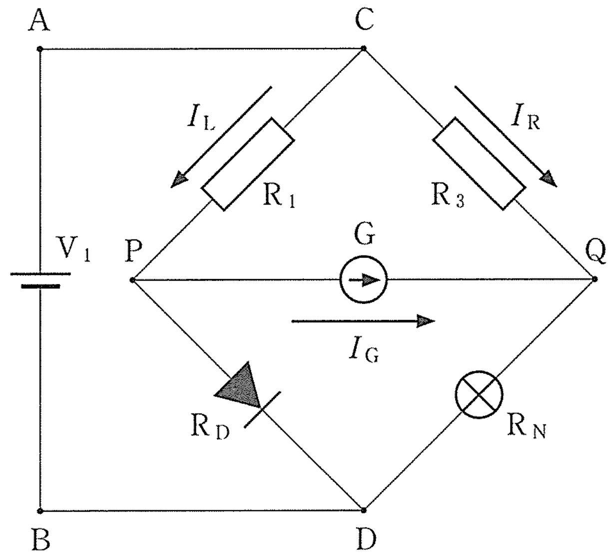

図２

設問(4)：非直線抵抗 R_N の特性を求めることを考える。以下の $\boxed{\quad\quad}$ に入る数式または数値を答えよ。

経路 A — B — D — P — C — A において電圧に関するキルヒホッフの法則を適用すると，

$$V_1 = \boxed{\text{(ア)}} \qquad ①$$

という関係式が得られる。この関係式は $\sqrt{I_L}$ に関する２次方程式とみなすことができるため，$\sqrt{I_L} > 0$ を考慮すると

$$\sqrt{I_L} = \boxed{\text{(イ)}} \qquad ②$$

と求まる。

次に経路A—B—D—Q—C—Aにおいて電圧に関するキルヒホッフの法則を適用すると,

$V_1 = \boxed{\quad (ウ) \quad}$ ③

という関係式が得られる。この関係式はI_Rに関する2次方程式とみなすことができるため，$I_R > 0$を考慮すると

$I_R = \boxed{\quad (エ) \quad}$ ④

と求められる。

$V_1 = 4\,\mathrm{V}$, $R_1 = 1\,\Omega$, $R_3 = 3\,\Omega$, $a_D{}^2 = 9\,\Omega\mathrm{V}$ の場合，$a_N{}^2$ の値は $\boxed{\quad (オ) \quad}$ $\Omega^2\mathrm{V}^{-1}$ となる。

次に図1の回路の中の，直流電源V_1を交流電源V_2(起電力V_2，角周波数ω)に，抵抗R_1を内部抵抗が無視できないコイルL_1(自己インダクタンスL_1，内部抵抗値R_1)に，それぞれ置き換えた。また抵抗R_4と端子Qの間にコンデンサC_1(電気容量C_1)を挿入した(図3)。交流電源V_2とコンデンサC_1の内部抵抗，および導線の抵抗は無視する。検流計Gに流れる電流が，時間によらず常に0となるとき，以下の設問に答えよ。

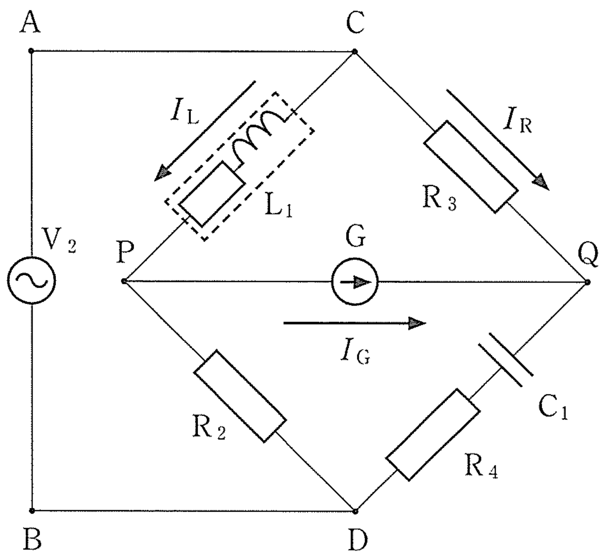

図3

設問(5)：L_1 と R_1 を R_2, R_3, R_4, C_1 を用いて表現することを考える。以下の $\boxed{}$ に入る数式を答えよ。

交流電流 I_L は電流の最大値 I_L^0, 位相 θ_1, 角周波数 ω と時間 t を用いて

$$I_L = I_L^0 \sin(\omega t + \theta_1) \quad ⑤$$

のように表現できる。同様に交流電流 I_R は電流の最大値 I_R^0, 位相 θ_2, 角周波数 ω と時間 t を用いて

$$I_R = I_R^0 \sin(\omega t + \theta_2) \quad ⑥$$

のように表現できる。検流計 G に電流が流れないことから，端子 P と端子 Q は等電位となる。このことから，コンデンサ C_1 による位相のずれを δ_1 として，

$$R_2 I_L^0 \sin(\omega t + \theta_1) = \boxed{(カ)}\ I_R^0 \sin(\omega t + \theta_2 + \delta_1) \quad ⑦$$

という関係式が得られる。ここで ω, C_1, R_4 を用いて

$$\tan\delta_1 = \boxed{(キ)} \quad ⑧$$

である。同様に，コイル L_1 による位相のずれを δ_2 として，

$$R_3 I_R^0 \sin(\omega t + \theta_2) = \boxed{(ク)}\ I_L^0 \sin(\omega t + \theta_1 + \delta_2) \quad ⑨$$

という関係式が得られる。ここで ω, L_1, R_1 を用いて

$$\tan\delta_2 = \boxed{(ケ)} \quad ⑩$$

である。

以上のことから，L_1 と R_1 は R_2, R_3, R_4, C_1, ω を用いて

$$L_1 = \frac{\boxed{(コ)}}{1 + \omega^2 C_1{}^2 R_4{}^2}, \quad R_1 = \frac{\boxed{(サ)}}{1 + \omega^2 C_1{}^2 R_4{}^2}$$

と求めることができる。

物理　問題Ⅲ

図1のような，頂角がα，高さがhの直角三角形を底面とする三角プリズムがある。三角プリズムの屈折率は$n_1(n_1 > 1)$である。単色光が三角プリズムのXY面に入射し，三角プリズムのXZ面から透過して出ていく場合を考える。光が空気中から三角プリズムに入射する時の入射角をθ_1，屈折角をθ_2とし，光が三角プリズム内から空気中に出て行く時の入射角をθ_3，屈折角をθ_4とする。さらに，空気中から三角プリズムに入射した入射光と三角プリズムから空気中に出た透過光との間のなす角をδとする。頂角αと入射角θ_1が十分に小さい場合，以下の設問に答えよ。空気の屈折率を1とする。また，角度ϕが十分に小さい場合，$\sin\phi \fallingdotseq \phi$，$\cos\phi \fallingdotseq 1$，$\tan\phi \fallingdotseq \phi$の近似式を用いてよい。ただし，角度の単位はすべてラジアンとする。

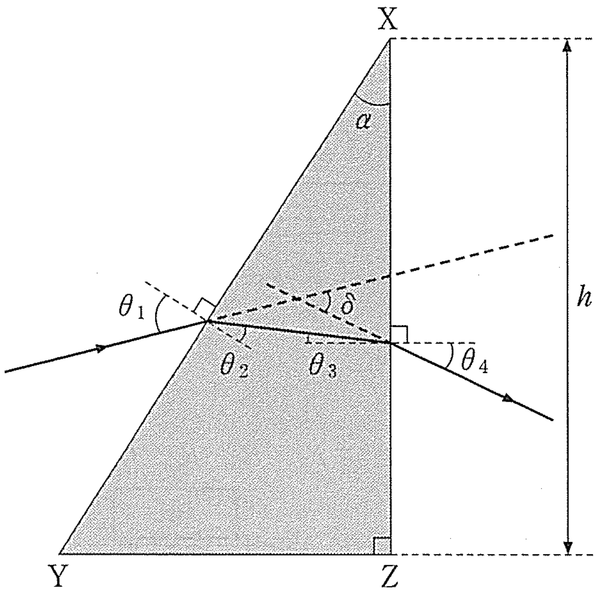

図1

設問(1)：n_1，θ_3，θ_4との間に成り立つ関係式を書け。

設問(2)：αをθ_1，θ_2，θ_3，θ_4の中から必要なものを用いて表せ。

設問(3)：δをn_1とαを用いて表せ。

図 2 のように，頂角が α，高さが h の直角三角形を底面とする三角プリズム(屈折率を n_1 とする)の XZ 面から距離 b 離れた所に光源 S_0 を置く。光源 S_0 は，b や h に比べて十分に短い波長 λ の単色光を発する。三角プリズムの頂角 α が十分に小さく，h が b よりも十分に短いとき，光源 S_0 から発せられた光が三角プリズム内で屈折して再び空気中に出る光の経路は，光源 S_0 から上方に d だけ離れた仮想的な光源 S_1 から発せられた三角プリズムを通らない光の経路と同じとみなすことができる。以下の設問に答えよ。

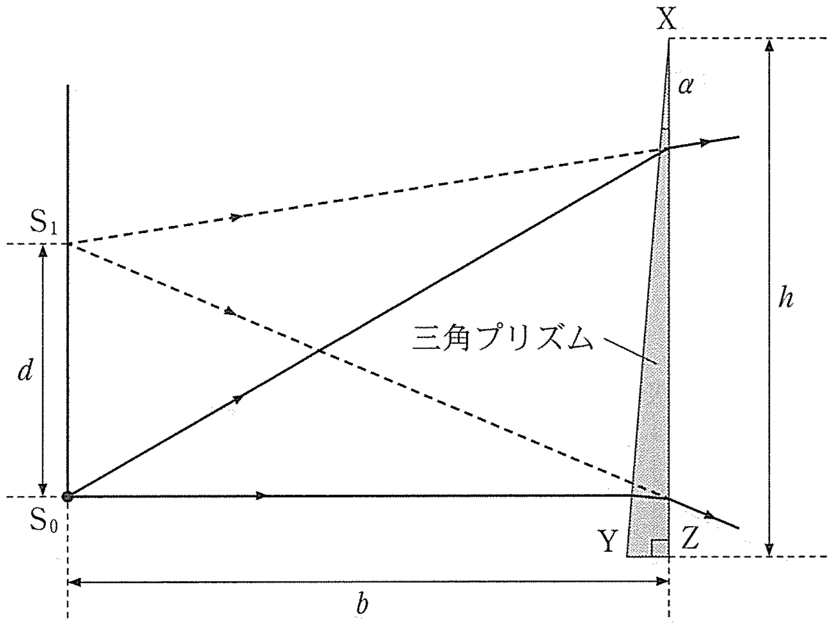

図 2

設問(4)：S_0 と S_1 の間の距離 d を b，n_1，α を用いて表せ。

次に，図3に示すように，光源S_0から距離Lだけ離れた所にスクリーンを置いた。光源S_0からスクリーン面に引いた垂線とスクリーン面が交わる点Oを原点として，スクリーンに沿って図3の上向きをx軸にとる。図2で用いた三角プリズムと同じ2つの三角プリズム(三角プリズム1，三角プリズム2)のYZ面同士を接合し，底角がα，底辺が$2h$の二等辺三角形を底面とする複プリズムを作った。2つの三角プリズムのYZ面上を線分S_0Oが通り，三角プリズムのXZ面とスクリーンが平行となるようにこの複プリズムを置いた。光源S_0と三角プリズムのXZ面との間の距離をbとする。光源S_0から波長λの光を複プリズムに当てると，$x=0$を中心に分布する干渉縞を観測することができた。このとき，干渉縞の隣り合う明線の間隔はΔx_1であった。Lはbに比べて十分長く，bはhに比べて十分に長い。また，λはL，b，hに比べて十分に短い。以下の設問に答えよ。

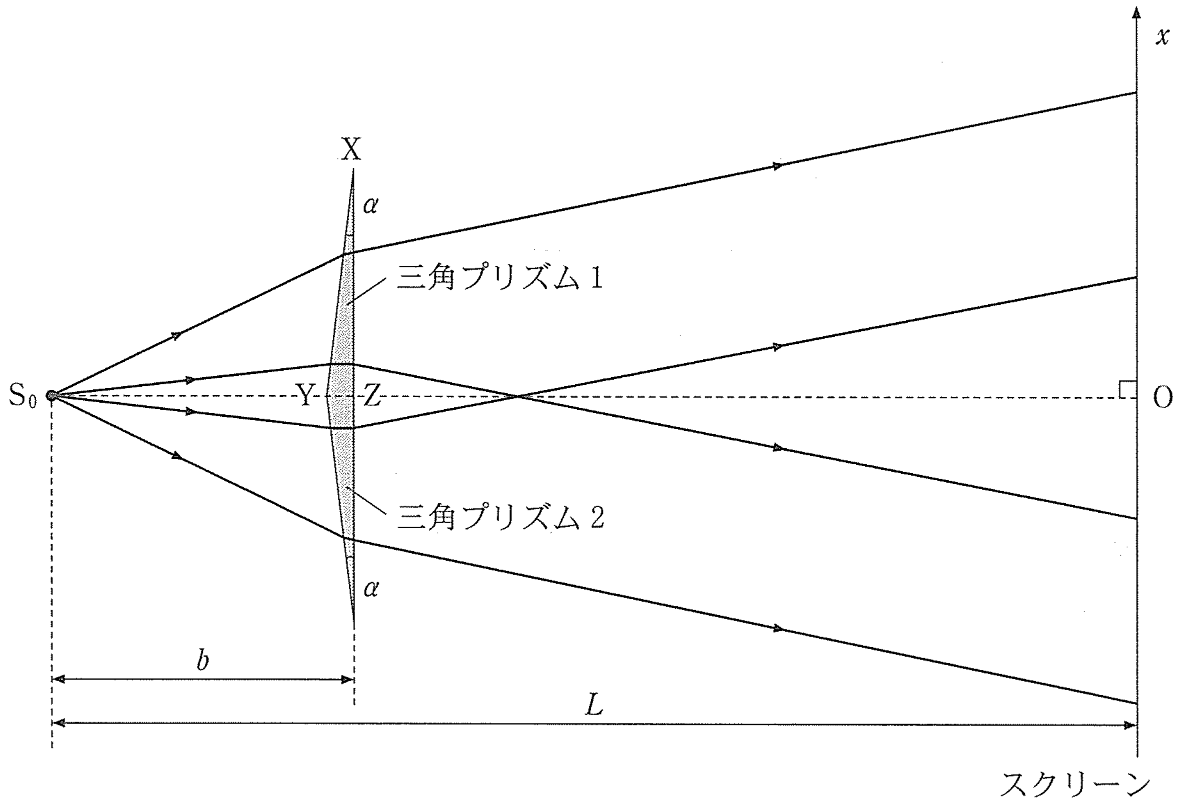

図3

設問(5)：光の波長λをb，L，Δx_1，n_1，αを用いて表せ。

最後に，三角プリズム2を同じ形状で屈折率がn_2($n_2 > 1$)の三角プリズム3と交換し，これまでと同じ実験を行った。このとき，三角プリズム1と三角プリズム2を使って行った実験のときに点Oにあった干渉縞の明線は，x軸上の点Pに移動し，隣り合う明線の間隔はΔx_2に変化した。設問(4)と設問(5)の結果を用いて，以下の設問に答えよ。

設問(6)：点Pの位置x_Pをb，n_1，n_2，αを用いて表せ。

設問(7)：三角プリズム3の屈折率n_2をΔx_1，Δx_2，n_1を用いて表せ。