物　　　理

第１問　図１―１のように大きさの無視できる小球１，２が床から高さ h の位置に固定されている。二つの小球は鉛直方向に並んでおり，その間隔は十分に小さく無視できるものとする。鉛直上側の小球１の質量を m，下側の小球２の質量を M とする。小球は鉛直方向にのみ運動し，小球１，２の衝突および小球２が床で跳ね返る際の反発係数は１とする。小球１，２の速度は鉛直上向きを正とし，重力加速度の大きさを g で表す。以下の設問に答えよ。

Ⅰ　小球の固定を静かに外す。小球１，２は同時に落下を始め，小球２が床で跳ね返った直後，小球１と小球２が衝突する。その後，小球１は床から最大の高さ H まで上昇した。

(1)　小球２が床で跳ね返る直前における小球１，２の落下する速さを v とする。小球２が床で跳ね返った直後，速度 $-v$ の小球１と，速度 v の小球２が衝突する。小球１，２の衝突直後における小球１の速度を v_1'，小球２の速度を v_2' とするとき，$v_1' - v_2'$ を，v を用いて表せ。

(2)　v_1' と v_2' を，m，M，v を用いて表せ。また，M が m に比べて十分に大きいとき，H は h の何倍か，数値で答えよ。

Ⅱ　以下では $M = 3m$ とする。図１―２のように小球１，２を質量の無視できる長さ $l\,(l < h)$ の伸びない糸でつなぎ，設問Ⅰと同様に高さ h から落下させる。糸は，たるんだ状態では小球の運動に影響を与えない。床で跳ね返った小球２は，小球１と衝突した後，床に静止した。

(1)　小球１が高さ l に達すると，糸に張力が生じる。その直前の小球１の速度を v_1，小球１と小球２の重心の速度を V とする。V を，v_1 を用いて表せ。

(2)　糸に張力が生じると小球２が床から浮き上がり，その直後，再び糸がたるむ。糸がたるんだ瞬間における小球１の速度 u_1 と小球２の速度 u_2 を，それぞれ v_1 を用いて表せ。ただし，糸に張力が生じる前後で小球１，２の力学的エネルギーの和は保存されるものとする。

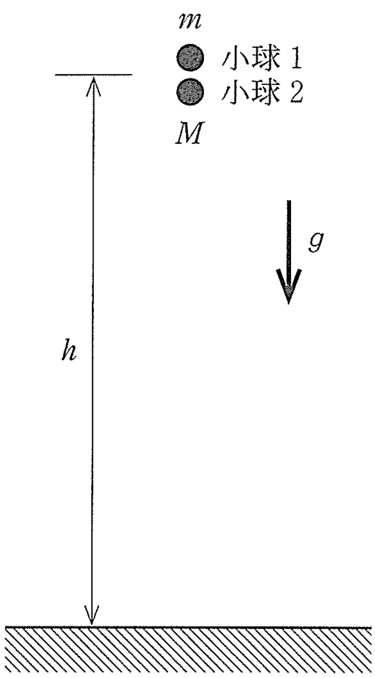
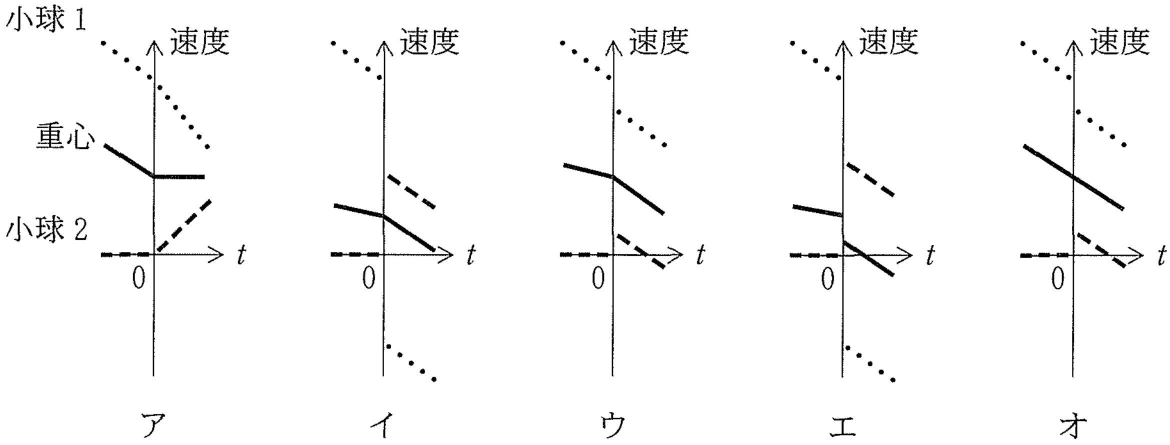


図 1 — 1

図 1 — 2

(3) 小球 2 が床から浮き上がる瞬間の時刻を $t=0$ とする。$|t|$ が十分に小さい範囲で，小球 1 と小球 2 の重心の速度，小球 1 の速度及び小球 2 の速度を t の関数として図示するとき，最も適切なものを以下のア～オから一つ選べ。ただし，図中の実線は重心の速度，点線は小球 1 の速度，破線は小球 2 の速度を表す。



Ⅲ　引き続き $M = 3m$ とする。小球1，2を，質量の無視できる自然長 $l(l < h)$ のゴムでつないで，設問Ⅱと同様に高さ h から落下させる。図1―3のように，ゴムを自然長より $x(x \geqq 0)$ だけ伸ばすと，大きさ kx の復元力が働くものとし，自然長から引き伸ばすために必要な仕事は $\frac{1}{2}kx^2$ で与えられる。また，ゴムは，たるんだ状態では復元力を及ぼさず，小球の運動に影響を与えない。

(1)　k がある値 k_c より大きければ，小球1，2の衝突後に床に静止していた小球2は，やがてゴムの張力により床から浮き上がる。$k > k_c$ のとき，小球2が浮き上がる瞬間におけるゴムの長さを $l + \Delta l$ とする。Δl を m，g，k を用いて表せ。

(2)　小球2が床から浮き上がる瞬間における小球1の速度 w を，v_1，m，g，k を用いて表せ。ただし v_1 は設問Ⅱ(1)と同様，ゴムに復元力が生じる直前の小球1の速度とする。また，この結果より k_c を，v_1，m，g を用いて表せ。

(3)　小球2が床から浮き上がってから再びゴムがたるむまでの小球1，2の運動は，重心の等加速度運動と，重心のまわりの単振動の合成となる。k が十分に大きければ，小球2が浮き上がる瞬間におけるゴムの伸び Δl は無視してよい。このとき，小球2が床から浮き上がってからゴムがたるむまでの時間 T を，m，k を用いて表せ。ただし，k は十分に大きいため，ゴムがたるむ前に小球2が床に接触することはない。

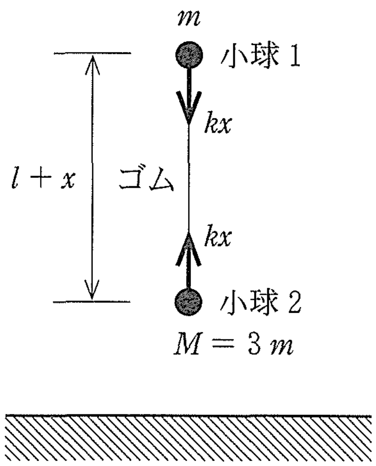


図1―3

第 2 問　共振現象に関する以下の設問にそれぞれ答えよ。

I　交流電気回路における共振現象を考える。図 2 — 1 に示すように，抵抗値 R の抵抗器，自己インダクタンス L のコイル，電気容量 C のコンデンサーを角周波数 ω の交流電源に直列に接続した。時刻 t に回路を流れる電流を $I = I_0 \sin \omega t$ とするとき，交流電源の電圧は $V = V_0 \sin(\omega t + \delta)$ と表されるものとする。この回路について，以下の設問に答えよ。必要であれば三角関数の公式

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha) \qquad \text{ただし，} \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

を用いてもよい。また，$\overline{f(t)}$ は関数 $f(t)$ の時間平均を表し，$\overline{\sin \omega t \cos \omega t} = 0$，$\overline{\sin^2 \omega t} = \overline{\cos^2 \omega t} = \dfrac{1}{2}$ である。

(1)　回路を流れる電流の振幅 I_0 および $\tan \delta$ を，V_0，R，L，C，ω のうち必要なものを用いて表せ。

(2)　交流電源が回路に供給する電力の時間平均 $\overline{P}$ を，V_0，R，L，C，ω を用いて表せ。ただし，$\overline{P}$ は抵抗器で消費される電力の時間平均に等しいことを用いてもよい。

(3)　交流電源が回路に供給する電力の時間平均は，角周波数 ω がある値のときに最大値 P_0 となった。抵抗器の抵抗値 R を，P_0 と V_0 を用いて表せ。

(4)　交流電源の角周波数が ω_1 および $\omega_2\ (\omega_2 > \omega_1)$ のときに，交流電源が回路に供給する電力の時間平均が設問 I (3)における P_0 の半分の値 $\dfrac{P_0}{2}$ となった。コイルの自己インダクタンス L を，V_0，P_0，$\Delta\omega$ を用いて表せ。ただし，$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ とする。

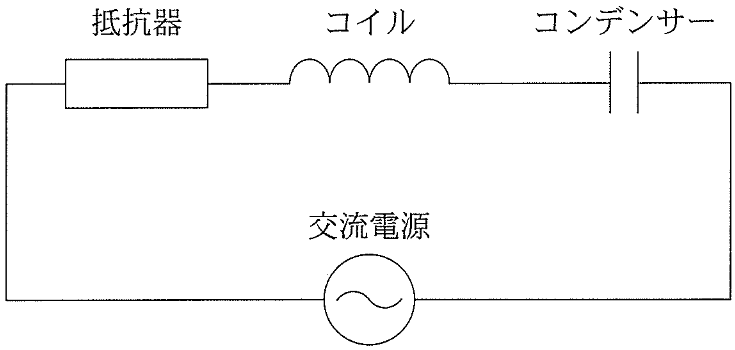


図２－１

Ⅱ　電場・磁場中の荷電粒子が行う二次元運動における共振現象を考える。図２―２に示すように，紙面に垂直で表から裏に向かう磁場(磁束密度の大きさ B)と，この磁場に直交する電場(大きさ E)が，紙面のいたるところに一様に存在している。B および E は時間変化せず，磁場の向きも時間変化しないが，電場の向きは角周波数 ω で反時計回りに回転している。このような電場・磁場中で，電荷 $q\,(q > 0)$，質量 m をもつ荷電粒子の運動を考える。粒子が運動する領域には中性ガスが存在しており，粒子は，中性ガスによる抵抗力と，電場・磁場による力を受けて，角周波数 ω，速さ v で，反時計回りに等速円運動を行っている。なお，中性ガスにより粒子が受ける抵抗力は速度と逆向きで，その大きさは kv である(係数 k は正の定数)。このとき，図２―２に示すように，荷電粒子の速度と回転する電場との間の角度 δ は時間変化しない。荷電粒子が放射する電磁波は無視できるものとして，以下の設問に答えよ。なお，本設問中で用いられている記号は，設問Ⅰ中で用いられたものとは無関係である。

(1)　荷電粒子の円運動の速度に平行な方向と垂直な方向のそれぞれについて，粒子に働く力の釣り合いの式を書け。

(2)　荷電粒子の等速円運動の速さ v および $\tan\delta$ を，m，q，E，B，k，ω のうち必要なものを用いて表せ。

(3)　電場が荷電粒子に対して行う単位時間あたりの仕事(仕事率)P を，m，q，E，B，k，ω を用いて表せ。

(4)　電場の回転の角周波数が ω_0 のときに，P が最大値 P_0 となった。さらに，電場の回転の角周波数が ω_1 および $\omega_2\,(\omega_2 > \omega_1)$ のときには，P が $\dfrac{P_0}{2}$ となった。荷電粒子の質量 m を，ω_0，P_0，E，B，$\Delta\omega$ を用いて表せ。ただし，$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ とする。

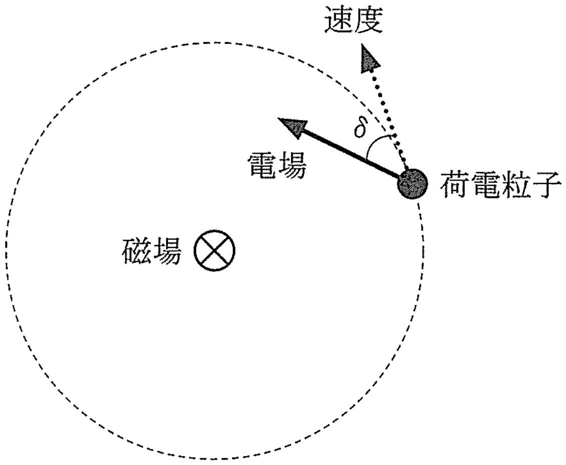


図２—２

第３問　図３—１のようにxy平面に広がる水面が，x軸を境界として水深が異なる２つの領域に分かれている。領域A($y > 0$)における波の速さをV，領域B($y < 0$)における波の速さを$\dfrac{V}{2}$とする。簡単のため，波の反射と屈折は境界で起こり，反射する際に波の位相は変化しないと仮定して，以下の設問に答えよ。

Ⅰ　図３—１のように，領域Aの座標$(0,\ d)$の点Pに波源を置く。波源は一定の周期で振動し，まわりの水面に同心円状の波を広げる。

(1)　領域Aにおけるこの波の波長を$\dfrac{d}{2}$とする。その波の振動数を，V，dを用いて表せ。また，同じ波源が領域Bにある場合，そこから出る波の波長を求めよ。

(2)　波長に比べて水深が十分に小さい場合，波の速さvは重力加速度の大きさgと水深hを用いて$v = g^a h^b$と表される。ここでa，bは定数である。両辺の単位を比較することによりa，bを求めよ。これを用いて領域Aの水深は領域Bの水深の何倍か求めよ。

(3)　図３—２のように，波源Pから出た波が境界上の点Qで反射した後，座標$(x,\ y)$の点Rに伝わる場合を考える。点Qの位置は反射の法則により定まる。このとき，距離$\overline{\mathrm{PQ}} + \overline{\mathrm{QR}}$を，$x$，$y$，$d$を用いて表せ。

(4)　直線$y = d$上の座標$(x,\ d)$の点で，波源から直接伝わる波と境界からの反射波が弱め合う条件を，x，dと整数nを用いて表せ。また，そのような点は直線$y = d$上に何個あるか。

(5)　領域Bにおいて波源と同じ位相を持つ波面のうち，原点Oから見て最も内側のものを考える。図３—３のように，その波面とx軸($x > 0$)との交点をT，y軸との交点をSとし，点Tにおける屈折角をθとする。点S，Tの座標と$\sin\theta$を求めよ。

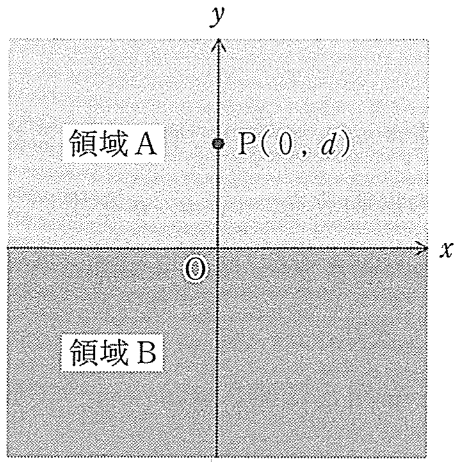


図3—1

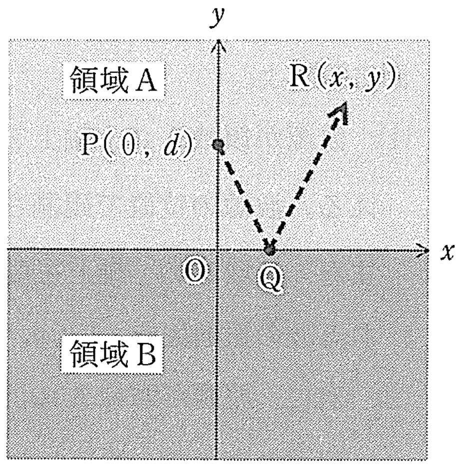


図3—2

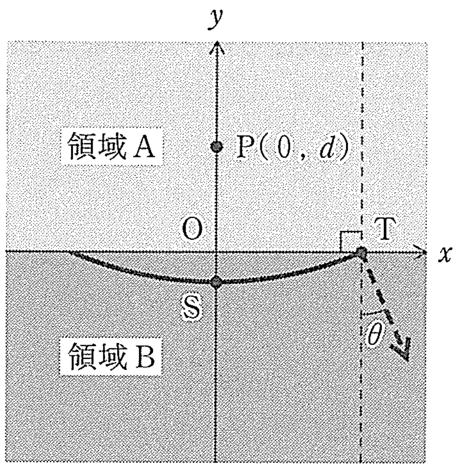


図3—3

Ⅱ　設問Ⅰと同じ振動数の波源が一定の速さで動いている場合について，以下の設問に答えよ。

(1)　波源が領域Aの y 軸上を正の向きに速さ $u\left(u < \dfrac{V}{2}\right)$ で動いている場合を考える。波源の位置で観測される反射波の振動数を，V，u，d を用いて表せ。また，領域Bの y 軸上を負の向きに一定の速さ $w\left(w < \dfrac{V}{2}\right)$ で動く点で観測される波の振動数を，V，u，w，d を用いて表せ。

(2)　次に，波源が領域Aの直線 $y = d$ 上を右向きに速さ $u\left(u < \dfrac{V}{2}\right)$ で動いている場合を考える。波源から出た波が境界で反射して波源に戻るまでの時間を，V，u，d を用いて表せ。

(3)　設問Ⅱ(2)の設定で，波源における波と境界で反射して波源に戻った波が逆位相になる条件を，u，V と整数 m を用いて表せ。さらに，この条件を満たす u をすべて求めよ。