物　　　　理　（3問題　100点）

物理問題　I

次の文章を読んで，$\boxed{}$ に適した式または値を，それぞれの解答欄に記入せよ。また，**問1**では，指示にしたがって，解答を解答欄に記入せよ。

図1のように，圧縮ばねを利用した球の打ち出し装置，円弧状二重レール，質量 m の2個の同一球①，②が水平台上に置かれている。円弧状二重レールは内側と外側のレールで構成され，それらの間隔は球の直径と等しい。2つのレールの中間点が描く半円の半径は r であり，その下端を点A，上端を点Bとする。点A，Bは同一鉛直線上にある。球①が打ち出されることによって運動が開始する。球は水平台上や円弧状二重レールの間を滑らかに移動し，かつ円弧状二重レールを含む鉛直平面内のみを運動するものとする。さらに，球の直径は r と比べて無視できるほど小さいものとする。重力加速度の大きさを g とする。

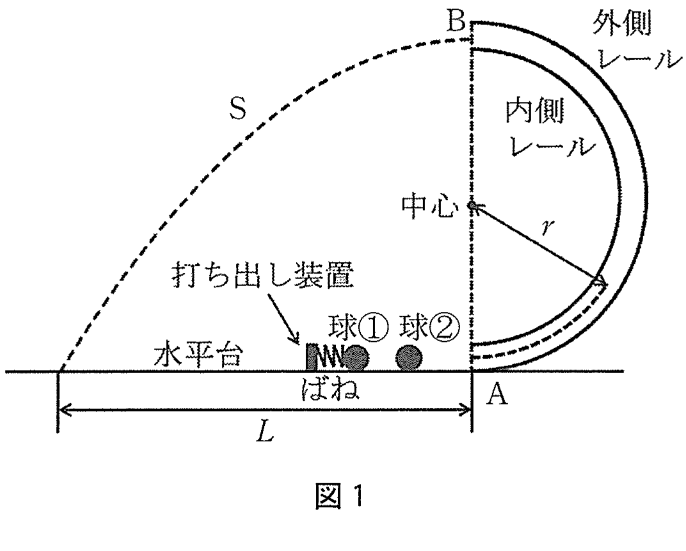

図1

(1) まず，球②が存在せず，球①のみが運動する場合を考える。ばねを大きく縮めて球①を打ち出すと，球①は点Aから二重レール内に進入後，点Bに到達し，**図1**の破線Sで示すような水平投射の放物運動をした。ばねで打ち出された直後の球①の運動エネルギーをEとすると，点Bにおける球の速さは，E，g，m，rを用いて，$\boxed{\text{ア}}$ と表せる。

ばねを最も縮めて球①を打ち出すと，球①は点Aから左側に距離$L = 4r$離れた水平台上に落下した。この結果から，点Bにおける球①の速さは，g，rを用いて，$\boxed{\text{イ}}$ と計算できるので，ばねで打ち出された直後の球①の運動エネルギーEは $\boxed{\text{ウ}}$ であることがわかる。

(2) 次に，球②が存在する場合を考えよう。ばねを縮める量を変えて球①を打ち出し，水平台上で球②と衝突させたところ，球①と②の反発係数の大きさは常に0.5であった。衝突直後の球①と②の運動エネルギーをそれぞれE_1，E_2とすると，E_1，E_2は，打ち出された直後の球①の運動エネルギーEを用いて，$E_1 = \boxed{\text{エ}}$，$E_2 = \boxed{\text{オ}}$ と表せる。

打ち出された直後の球①の運動エネルギーEがある値より小さい場合，衝突後の2球は点Aから二重レール内に進入し，再衝突することなく経路途中で速さ0となり，その後，逆戻りを始めた。球①，②が速さ0となる点までの水平台からの高さをh_1，h_2とすると，これらの比は常に$\dfrac{h_2}{h_1} = \boxed{\text{カ}}$ であった。また，ばねを最も縮めた場合，衝突直後の球②の運動エネルギーは，g，m，rを用いて，$E_2 = \boxed{\text{キ}}$ と表せる。このとき，球②は点Bから水平投射され，点Aから左側に距離$L = \boxed{\text{ク}}$ 離れた水平台上に落下した。

（3）（2）において，球②が二重レール内を移動するときの運動方程式を考えてみよう。**図2**のように，点Aから反時計回りに角度θ($0° \leqq \theta \leqq 180°$)を定義し，角度$\theta$における円周方向の速さを$v$とすると，円の中心方向の加速度の大きさは$\dfrac{v^2}{r}$である。球②が内側および外側レールから受ける円の中心方向の力をFとし，円の中心に向かう向きを正とする。さらに重力の効果を考慮すると，円の中心方向の運動方程式は，

$$m\frac{v^2}{r} = \boxed{\text{ケ}} \qquad \text{(i)}$$

と与えられる。ここで，力Fが正である場合は，球②が外側レールから抗力を受けることを意味し，負の場合は，内側レールから抗力を受けることを意味する。角度θにおける力学的エネルギーの保存則は，E_2，g，m，r，θを用いて，

$$\frac{1}{2}mv^2 = \boxed{\text{コ}} \qquad \text{(ii)}$$

と表せる。式(i)，(ii)からvを消去すれば，球②が内側および外側レールから受ける力Fを計算できる。

ここで，球②が二重レール内で速さ0となる場合の運動を考える。速さが0になる角度θ_Vが$\theta_V > 90°$のとき，$F = 0$となる角度θ_Fが存在する。球②は$0° \leqq \theta < \theta_F$の領域で外側レールから抗力を受け，$\theta_F < \theta \leqq \theta_V$の領域で内側レールから抗力を受ける。このとき，$\dfrac{\cos\theta_F}{\cos\theta_V} = \boxed{\text{サ}}$の関係が成立する。

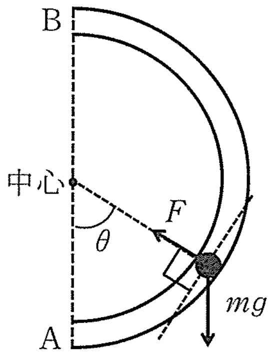

図2

問 1　ばねを適当に縮めて球①を打ち出したところ，球②は二重レール内の高さ $h_2(h_2 > r)$ の点で速さが 0 となり，その後，経路を逆戻りした。次に，内側レールを取り外し，球①の打ち出しエネルギーを同じにして実験を行なった。すると，球②は $F = 0$ となる角度 θ_F からレールを離れ，斜方投射の放物運動をした。球②の放物運動の最高到達点は h_2 よりも低くなった。この理由を 100 字以内で説明せよ。

物理問題　Ⅱ

次の文章を読んで，$\boxed{\quad\quad}$には適した式または値を，{　　　}からは適切なものを選び，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，$\boxed{\boxed{\quad\quad}}$は，すでに$\boxed{\quad\quad}$で与えられたもの，または{　　　}で選択したものと同じものを表す。また，**問1**では，指示にしたがって解答を解答欄に記入せよ。

（1）　**図1**のように，細長い直方体(奥行き w，高さ d)の導体を考える。導体中には電気量 $-q(q>0)$ の自由電子が数密度(単位体積あたりの個数) n で存在しているとする。直方体の面を**図1**のように，A(左面)，D(前面)，G(上面)，J(背面)，K(下面)，H(右面)とする。また，**図1**の右上に示すように，x，y，z 軸を直方体の辺と平行になるように選ぶ。なお，重力と地磁気の影響は無視する。

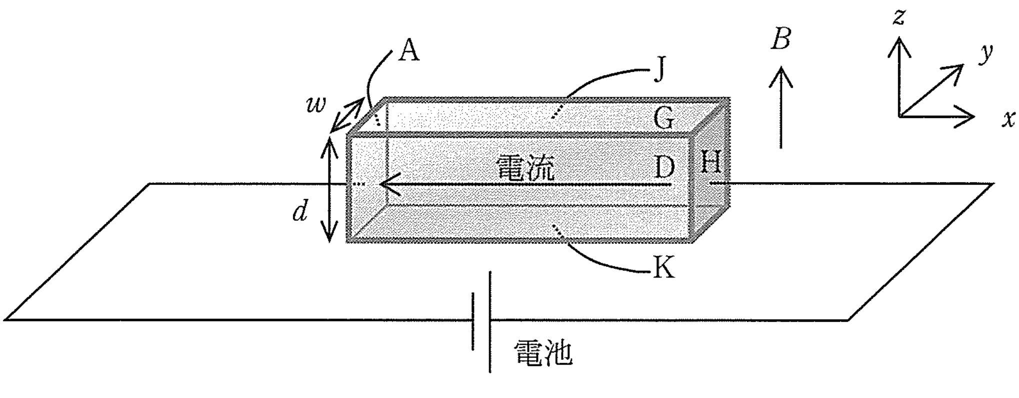

図1

導体の両端に電池をつなぎ，面Aと面Hの間に電圧をかける。このとき生じる強さ E_1 の電界により電子は x 軸の正の向きに大きさ$\boxed{\text{イ}}$の電気力を受けて進む一方，電子の速さ v に比例した抵抗力(比例係数 k)を受ける。そのため，電子が受ける力は

$$F = \boxed{\boxed{\text{イ}}} - kv$$

と表せる。その後，電気力と抵抗力がつり合い，電子の速度が一定になった。そのときの速さは $v_1 = \boxed{\text{ロ}}$ である。

次に，磁束密度の大きさBの磁界をz軸の正の向きに加える。以下，ハ，へ，ト，チ，リの解答にはw，d，q，n，v_1，Bのうち必要なものを使って答えよ。

磁界により電子は大きさ $\boxed{\text{ハ}}$ のローレンツ力を{ニ：x軸の正，x軸の負，y軸の正，y軸の負，z軸の正，z軸の負}の向きに受ける。電子はローレンツ力によって面{ホ：A，D，G，J，K，H}に集まり，この面は負に，向かい合う面は正に帯電する。この帯電により生じる強さE_2の電界により，電子は $\boxed{\text{ニ}}$ の方向と逆向きに力を受ける。この力とローレンツ力 $\boxed{\text{ハ}}$ がつり合うと電子は直進するようになり，帯電はこれ以上進まなくなる。このつり合いの条件から，$E_2 = \boxed{\text{ヘ}}$ が得られる。導体の奥行きはw，高さはdなので，面 $\boxed{\text{ホ}}$ と向かい合う面の間に生じる電圧は$U = \boxed{\text{ト}}$ と表せる。一方，電子が一定の速さv_1で進むとすると，導体を流れる電流の大きさは，$I = \boxed{\text{チ}}$ と表せる。

以上より，$B = \boxed{\text{リ}} \times \dfrac{nU}{I}$ の関係が得られるので，nが既知であるときに電圧Uと電流Iを測定すれば，磁束密度の大きさBを求めることができる。

この問題は，次のページに続いている。

（2） **図2**のように，直方体(長さL)の半導体の両端の面A，Hのごく近くに，面積Sの2枚の金属板a，hを置く。金属板は面A，Hと同じ形で，面を覆うように置く。半導体は，導体と絶縁体の中間の抵抗率をもつ物質であり，もともと半導体中には自由電子は存在しないとみなす。また，半導体と金属板の間には，Lに対して十分小さな隙間があり，金属板から半導体に電子が流入することはない。したがって，**図2**のように金属板に電池と抵抗をつないだ回路では，金属板と半導体からなる系は平行板コンデンサーの働きをする。ただし，抵抗の抵抗値は十分に小さく，コンデンサーの充電時間は無視できる。また，抵抗による電圧降下は電池の電圧に比べて十分小さい。

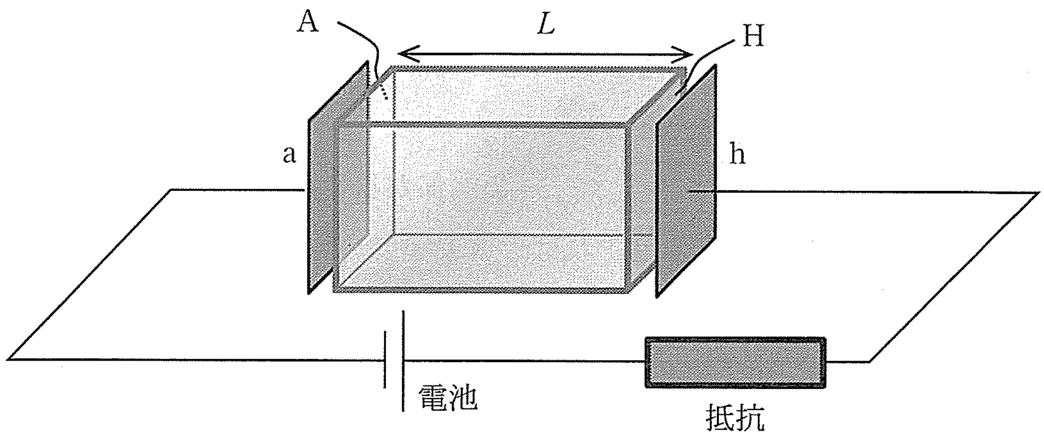

図2

このコンデンサーは極板の面積がS，極板間の距離がLであり，極板の間は半導体で満たされているとみなせる。半導体の誘電率をεとすると，コンデンサーの電気容量は$C = \boxed{\text{ヌ}}$と表せる。コンデンサーには，電池(電圧V)により，$Q = CV$の電荷が蓄積される。なお，極板の面積は十分に大きく，極板の間に一様な電界が生じるとしてよい。

ここで，電気量$-q(q > 0)$の電子N個を時刻$t = 0$において瞬間的に面Aに一様に注入する。この電子群の運動を考えてみよう。外部から半導体に注入された電子は，半導体中を移動することができる。いま，注入された電子群は，シート状の分布のまま半導体中を面Aから面Hの向きに一定の速さ(ここでは

v_2 とする）で進むとする。このシート状の電子群は，コンデンサーの極板の間に挿入された十分に薄い導体とみなすことができる。したがって，半導体中をシート状の電子群が運動するときの状況は，**図 3** のように，$-qN$ に帯電した導体 m がコンデンサー内を速さ v_2 で動いているとみなすことができる。

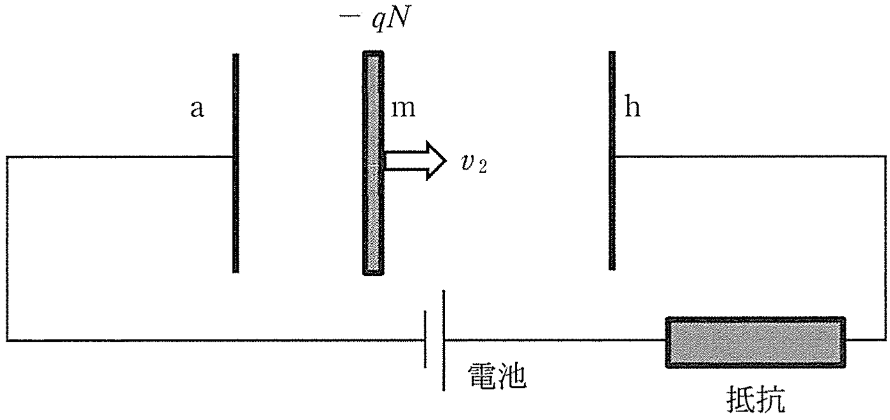

図 3

この問題は，次のページに続いている。

極板間に置かれた導体mの電荷の影響により，抵抗に電流が流れる。この状況を理解するために，**図4**のように，導体mを短い導線でつながれた金属板a', h'に置き換えて考える。このとき，aとa'，hとh'はそれぞれコンデンサー①，②を構成する。コンデンサーの極板間は誘電率εの物質で満たされている。時刻tにおいて，コンデンサー①と②の極板間距離は，それぞれv_2tと$L - v_2t$である。したがって，コンデンサー①とコンデンサー②の電気容量は，Cを含む式としてそれぞれ $\boxed{\text{ル}}$ ，$\boxed{\text{ヲ}}$ と表せる。

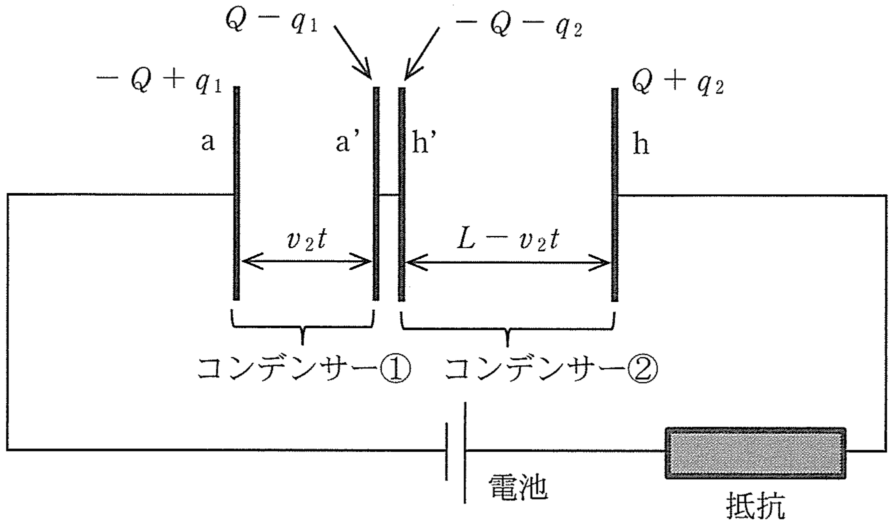

図4

コンデンサー①に蓄えられる電荷を$Q - q_1$，コンデンサー②に蓄えられる電荷を$Q + q_2$とする。ここで，極板a', h'の電荷の和は$-qN = -q_1 - q_2$であり，極板a, hの電荷の和は$qN = q_1 + q_2$であるとする。コンデンサー①の電圧V_1とコンデンサー②の電圧V_2は，Cを含む式としてそれぞれ$V_1 =$ $\boxed{\text{ワ}}$ と$V_2 =$ $\boxed{\text{カ}}$ と表せる。

極板 a，h 間の電位差が常に $V = \dfrac{Q}{C}$ に保たれる条件と $-qN = -q_1 - q_2$ の関係を用いると，$q_2 =$ $\boxed{\text{ヨ}}$ $\times v_2 t$ が得られる。ごく短い時間 Δt の間に導体 m は $v_2 \Delta t$ だけ移動するので，この間の電荷の変化量は $\boxed{\text{ヨ}}$ $\times v_2 \Delta t$ であり，抵抗に流れる電流の大きさは $I_\mathrm{d} =$ $\boxed{\text{ヨ}}$ $\times v_2$ と表せる。電子群が面 H に到達した後は，電流は $\boxed{\text{タ}}$ になる。

以上より，抵抗に流れる電流の時間変化を計測することにより電子群が面 A から面 H まで移動する走行時間 $\dfrac{L}{v_2}$ が得られる。

問 1 以下の図 5 を解答欄に描き写し，各時刻で抵抗に流れる電流の大きさを時間の関数としてグラフに示せ。

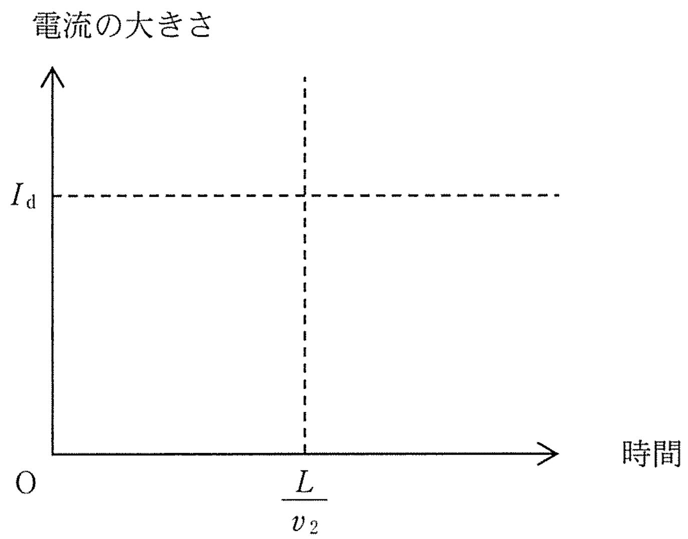

図 5

物理問題　Ⅲ

次の文章を読んで，$\boxed{}$ には適した式を，{　　　}からは適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，$\boxed{\boxed{}}$ は，すでに $\boxed{}$ で与えられたものと同じ式を表す。

図１のように平坦で透明な薄い壁Ｍで隔てられた，部屋Ｒと隣接した広場Ｐがある。壁Ｍの上に原点Ｏをとり，壁Ｍと直交する方向に x 軸，壁Ｍと重なる方向に y 軸をとる。この広場Ｐの中に車Ｓがあり，振動数 f の音を鳴らし続けている。部屋Ｒの気温は広場Ｐの気温より高いとする。このとき，部屋Ｒの空気中の音速 c_R は広場Ｐの空気中の音速 c より速い。また，部屋Ｒおよび広場Ｐは無風であるとする。

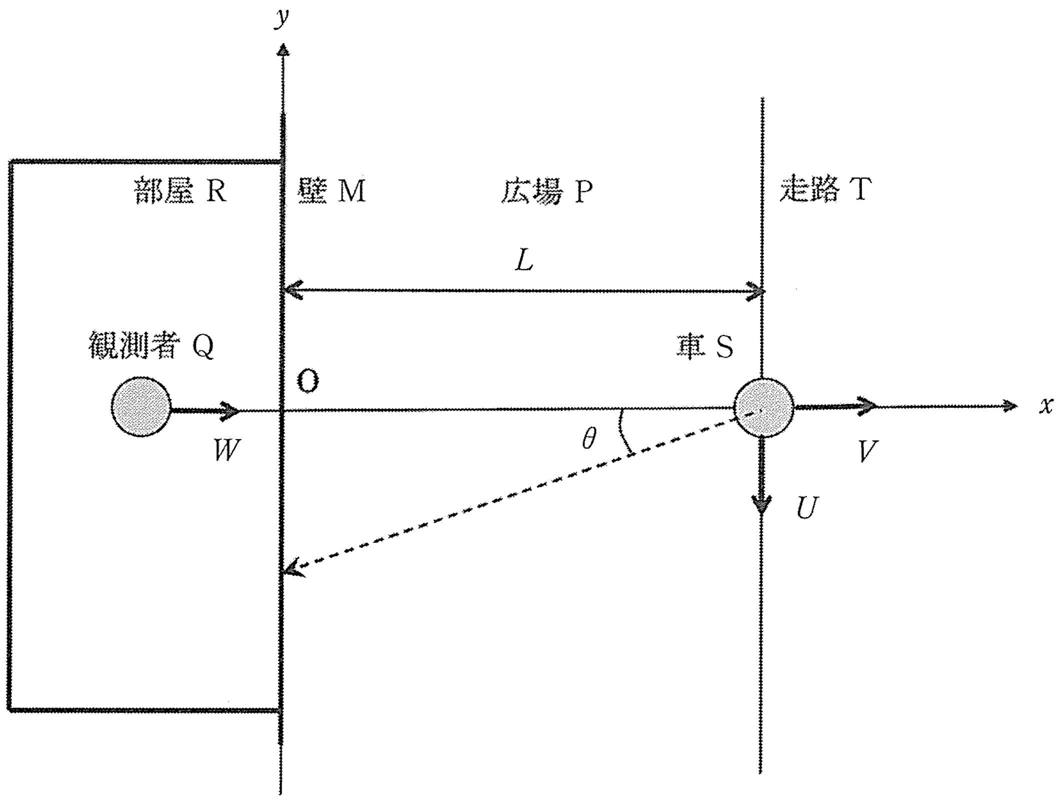

図１

（1） 広場Pの中のx軸上の場所$x = L$に車Sが停車している。このとき，広場Pの空気中を伝わる音波の波長は $\boxed{\text{あ}}$ である。この音波は壁Mを振動させ，部屋Rの空気中に音波として伝わることで，部屋Rの中のx軸上の地点で静止している観測者Qに聞こえるものとする。このとき，観測者Qに届く音波の波長は $\boxed{\boxed{\text{あ}}}$ と異なり $\boxed{\text{い}}$ である。また，観測者Qが聞く音波の振動数は $\boxed{\text{う}}$ である。

（2） 次に，車Sが広場Pの中でx軸上を正の向きに音速cよりも十分遅い速さVで移動している場合を考える。車Sから発せられてx軸の負の向きに伝わる音波の波長は $\boxed{\text{え}}$ である。また，この音波が壁Mで反射して戻って来たときに，車Sに乗車している運転手Dに聞こえる音波の振動数は $\boxed{\text{お}}$ である。

この音波が壁Mを経由して部屋Rの空気中に伝わったときの波長は $\boxed{\text{か}}$ である。このとき，車Sを見てx軸の正の向きに速さWで駆け寄った観測者Qが聞く音波の振動数は $\boxed{\text{き}}$ である。

（3） 次に，y軸に平行で原点Oからの距離がLである走路Tの上で，車Sがy軸の負の向きに音速cよりも十分遅い速さUで移動している場合を考える。車Sから発せられた音波は全方位に伝わるが，これらの音波のうち，壁Mに反射して運転手Dに聞こえるのは，音速cと車Sの速さUにより定まる特定の方向に伝わった音波だけとなる。

この音波の方向を求めるために，図中に破線で示された角度θの向きに進む音波について考えてみよう。車Sが移動する速度には音波が進む方向の成分がある。その成分の大きさは， $\boxed{\text{く}}$ である。そのため，空気中に伝えられた音波の波長は，車Sが静止しているときに空気中に伝わる音波の波長と比べて $\boxed{\text{け}}$ 倍となる。

この音波は壁Mで反射して，再び広場Pの空気中を進み，音波の経路が走路Tと交差する点を越えて伝わるものとする。この音波が「車S⇒壁M⇒走路Tと交差する点」の経路を伝わる間に車Sが移動する距離をL'と書く。この距離L'

がLとθを用いて与えられる距離 $\boxed{\text{こ}}$ と等しいときに限り，音波が運転手Dに届いて聞こえる。言い換えれば，この関係を満たす角度θ方向に伝わる音波だけが，運転手Dに聞こえることとなる。この条件を角度θと広場Pの空気中の音速cおよび車Sの速さUの関係に直せば，$\sin\theta =$ $\boxed{\text{さ}}$ となる。またこのとき，運転手Dの聞く反射音の振動数は $\boxed{\text{し}}$ となる。

（4） （3）の状況で，運転手Dは反射音とともに，車Sが発する音波を直接聞くこととなる。これらの音波は干渉し合うこととなり，車Sと壁Mの距離Lを少しずつ変化させた実験を繰り返したとき，これらの音波は強め合ったり弱め合ったりした。このとき，音波が弱め合う条件は，

$L =$ $\boxed{\text{す}}$ $\times$（{せ：① $n+\dfrac{1}{2}$，② $n+1$}）（nは0，1，2，…を表す）と表すことができる。ただし，運転手Dと車Sの音源の間の距離は無視し，壁Mでの空気中の音波の反射条件は固定端反射とみなすものとする。