物　　理

1 図1のように，なめらかで水平な平面L上で，質量Mの箱Pが静止している。箱Pの内部は空洞であり，空洞内には摩擦のある水平な平面Kがある。この平面K上の中央で，質量mの箱Qが静止している。

Tさんは，図1のように箱Pを一定の力Fで水平方向に押し，箱Pの加速度aを測定する実験をした。実験前にTさんは内部に平面Kや箱Qがあることを教えられていなかったので，Tさんは「力＝質量×加速度」の関係を用いて，「箱Pの質量」を「力F」÷「箱Pの加速度a」として求めた。このTさんが求めた「箱Pの質量」のことを，以下では「見かけの質量」と呼ぶことにする。「見かけの質量」は，実験でTさんが実際に感じる質量である。

実験では箱Pと箱Qは水平方向に運動するものとし，変形や回転する場合は考えない。また，空気抵抗および箱Pと平面Lとの摩擦は無視できるものとする。重力加速度をg，箱Qと平面Kとの静止摩擦係数をμ，動摩擦係数をμ'（$0 < \mu' < \mu$）とし，以下の問(1)〜(4)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程も記せ。

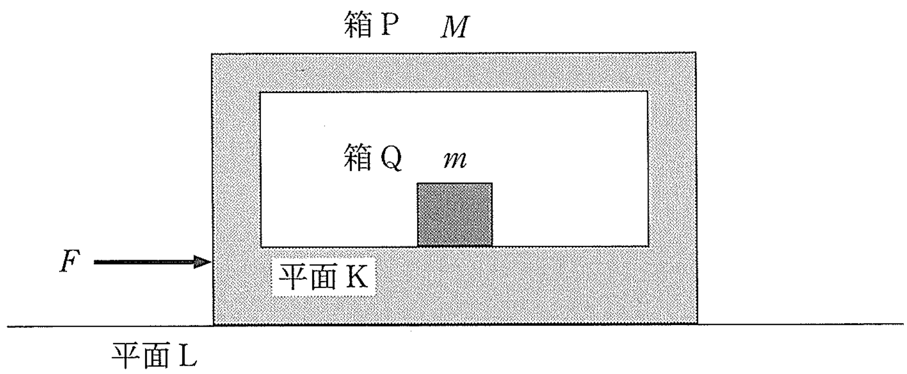

図1

問(1)　Tさんは，まず$F=F_0$の力で実験をおこなった。このとき箱Pは平面L上を運動し，箱Qは平面K上を滑ることなく箱Pといっしょに運動した。

(a)　このときの箱Pの加速度の大きさa_0と，「見かけの質量」M_0を，F_0，μ，μ'，m，M，gの中から必要なものを用いて表せ。

(b)　箱Qが平面K上を滑ることなく運動する条件を，a_0，μ，μ'，m，M，gの中から必要なものを用いて表せ。

問(2)　Tさんは，問(1)と同じ実験を，Fの大きさを変えて繰り返しおこなった。FをF_0から少しずつ増やしていったところ，$F=F_1$の力で箱Pを押したとき，箱Qは平面K上を滑りはじめた。

(a)　F_1の大きさを，μ，m，M，gの中から必要なものを用いて表せ。

(b)　このときの箱Pの加速度の大きさa_1と，「見かけの質量」M_1を，μ，μ'，m，M，gの中から必要なものを用いて表せ。

問(3)　Tさんが $F=F_1$ で押していると，ある時刻で箱Qは箱Pの内部の壁に，はじめて衝突した。衝突後も $F=F_1$ で押し続けたところ，箱Qは箱Pの壁から離れるように運動した。

(a)　衝突後における，箱Pの加速度の大きさ a_2 と，「見かけの質量」M_2 を，μ，μ'，m，M，g の中から必要なものを用いて表せ。

(b)　M_0，M_1，M_2 の大小関係を不等式で表せ。

問(4)　問(1)～(3)の実験結果から，Tさんは箱Pの中に箱Qがあること，また，平面Kがあり，箱Qと平面Kの間に摩擦があることを予想した。箱Pの質量 M，箱Qの質量 m，静止摩擦係数 μ，動摩擦係数 μ' を，Tさんが測定した量である a_0，a_1，a_2，F_0，F_1 と g の中から必要なものを用いて表せ。

2 電界(電場)，磁界(磁場)，および重力のはたらく真空中における，質量 m，電気量 $q\,(q > 0)$ の荷電粒子(以下では粒子と呼ぶ)の運動を考える。電界 E および磁束密度 B の磁界は一様で z 軸に平行であり，その向きは z 軸の正方向を正とする。重力加速度は z 軸の負方向を向き，その大きさを g とする。また，座標原点を O$(0,0,0)$ とする。以下の問(1)，(2) に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程も記せ。

問(1) 図 1 のように，$B > 0$ とし，時刻 $t = 0$ で原点 O から x 軸の正方向へ向けて初速度 $v_0\,(v_0 > 0)$ で粒子を打ち出した。

(a) $E = E_0$ としたとき，粒子は xy 面内 $(z = 0)$ を運動した。E_0 を m，q，g，v_0，B の中から必要なものを用いて表せ。

(b) 問(1)(a) における粒子の xy 面での運動(軌跡)を図で示せ。なお，軌跡上に運動の方向を矢印で記入せよ。

(c) 一般の E における，時刻 $t\,(t \geqq 0)$ での粒子の位置を $(x,\ y,\ z)$ とする。x，y，および z を，t，m，q，g，v_0，E，B の中から必要なものを用いて表せ。

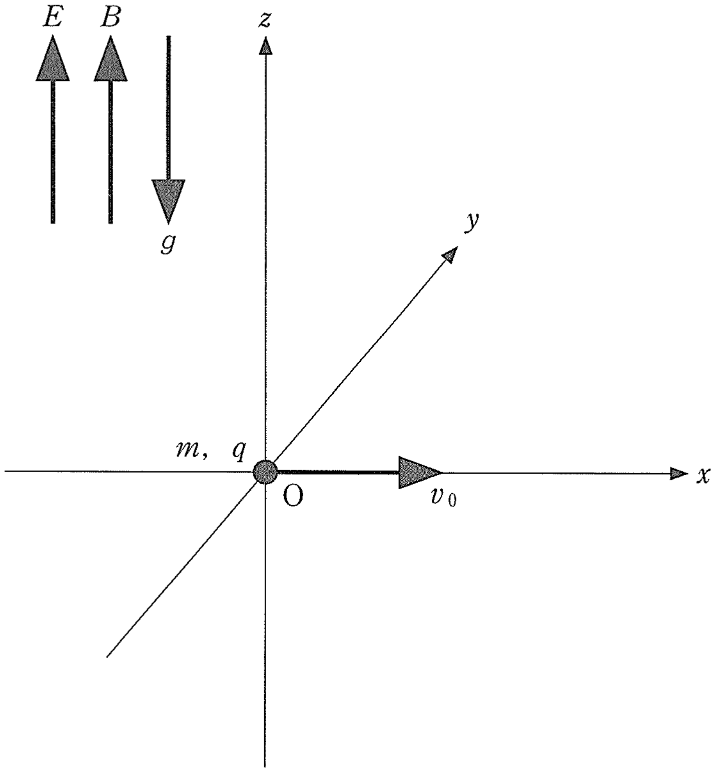

図 1

問(2)　図2のように，時刻 $t = 0$ で原点Oから粒子を打ち出した。このとき，粒子の初速度の x，y，z 方向の成分を，それぞれ v_0，0，v_1($v_0 > 0$，$v_1 > 0$)とした。

(a)　$E = 0$，$B = 0$ のとき，粒子は上昇して最高点に達した後に下降し，時刻 t_1 において再び $z = 0$ の面を通過した。時刻 t_1 での粒子の位置を P(x，y，0)とする。t_1，x，および y を，m，q，g，v_0，v_1 の中から必要なものを用いて表せ。

(b)　$E = 0$，$B > 0$ のとき，粒子は時刻 t_1 において再び $z = 0$ の面を通過したが，時刻 t_1 での粒子の位置 P(x，y，0)は B の値によって変化した。x および y を，m，q，g，v_0，v_1，B の中から必要なものを用いて表せ。

(c)　$E = 0$，$B > 0$ のとき，粒子が再び原点Oに戻るための B の最小値 $B_{\min}$ を，m，q，g，v_0，v_1 の中から必要なものを用いて表せ。

(d)　$B > 0$ のとき，粒子が再び原点Oに戻るための E($E < 0$ の場合を含む)の最小値 $E_{\min}$ を，m，q，g，v_0，v_1，B の中から必要なものを用いて表せ。

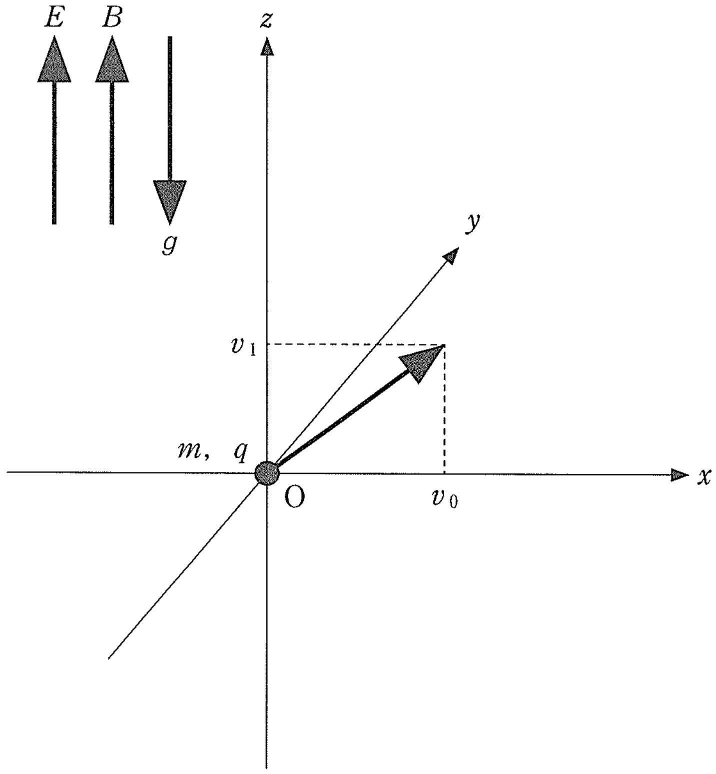

図 2

3 図1のように，両端の位置が $x=0$，$x=L$ となるように x 軸に沿って置かれた，長さ L の2種類の円筒管での音の共鳴について考える。一方は $x=0$ の端部が閉じ，$x=L$ の端部が開いた閉管であり，他方は両端が開いた開管である。管壁の厚さ，および開口端補正は無視できるものとして，以下の問(1)，(2)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程も記せ。

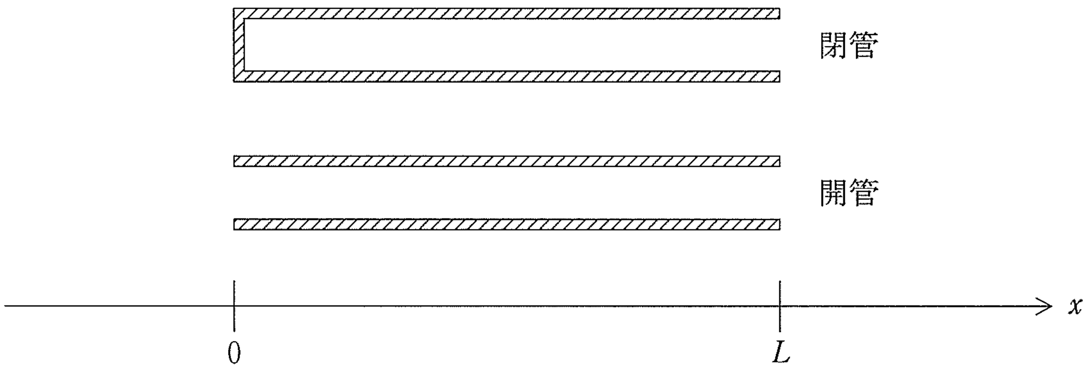

図1

問(1) 円筒管の中で共鳴する振動数 f，波長 λ の音波に関して，進行波と定常波の関係を考える。時刻 t，位置 x における管の中の媒質(空気)の x 軸の正の向きの変位を $F(t,\ x)$ と書くことにする。このとき，

$$F_1(t,\ x)=A_1\sin\left\{2\pi\left(ft+\frac{x}{\lambda}\right)\right\} \qquad ①$$

は，x 軸の負の向きに進行する波(左進行波)を表し，

$$F_2(t,\ x)=A_2\sin\left\{2\pi\left(ft-\frac{x}{\lambda}\right)\right\} \qquad ②$$

は，x 軸の正の向きに進行する波(右進行波)を表す。ここで，$|A_1|$ と $|A_2|$ は，それぞれの波の振幅である。ただし，円筒管端部での反射の際に，進行波の振幅の変化は無視できるものとする。

(a) 閉管に関する下記考察の $\boxed{\quad ア \quad}$ から $\boxed{\quad オ \quad}$ に入る適切な式を，それぞれ f，t，x，λ，L，および正の整数 m の中から必要なものを用いて記せ。

まず，円筒管端部での進行波の反射について考える。左進行波 $F_1(t,\ x)$ は，$x = 0$ で固定端反射をして右進行波 $F_2(t,\ x)$ となる。固定端反射では変位の符号が反転する。すなわち，$F_1(t,\ 0) = -F_2(t,\ 0)$ から次式が得られる。

$$A_1 = -A_2 \qquad ③$$

また，右進行波 $F_2(t,\ x)$ は $x = L$ で自由端反射をする。この反射波が左進行波 $F_1(t,\ x)$ に一致する場合に共鳴が起きる。自由端反射では変位の符号は保たれる。すなわち，$F_1(t,\ L) = F_2(t,\ L)$ から次式が得られる。

$$A_1 \sin\left\{2\pi\left(ft + \frac{L}{\lambda}\right)\right\} = A_2 \sin\left\{2\pi\left(ft - \frac{L}{\lambda}\right)\right\} \qquad ④$$

④ 式に ③ 式を代入して，加法定理

($\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$，複号同順)を使って整理すると，次式が得られる。

$$2A_1 \sin(\boxed{\quad ア \quad})\cos(\boxed{\quad イ \quad}) = 0 \qquad ⑤$$

任意の t に対して ⑤ 式が成り立つためには，

$$\boxed{\quad イ \quad} = \frac{2m-1}{2}\pi \quad (m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad ⑥$$

でなければならない。このことから，共鳴が起きる場合の波長の条件として，次式が得られる。

$$\lambda = \boxed{\quad ウ \quad} \quad (m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad ⑦$$

次に，閉管内の波全体を表す式について考える。管の中の媒質の変位は，左進行波 $F_1(t,\ x)$ と右進行波 $F_2(t,\ x)$ の重ね合わせとなるから，$F(t,\ x) = F_1(t,\ x) + F_2(t,\ x)$ と書ける。この式に ①②③⑦ 式を代入して加法定理を使って整理すると，次式が得られる。

$$F(t,\ x) = 2A_1 \sin(\boxed{\quad エ \quad})\cos(\boxed{\quad オ \quad})$$
$$(m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad ⑧$$

⑧ 式は，媒質が変位しない位置，すなわち節の位置，が時刻によって変わらない定常波を表している。このとき，閉管の中の定常波の節の数は m である。

(b)　問(1)(a)の閉管で，$m = 3$ で共鳴している定常波のすべての節の位置 x を，L を用いて表せ。

(c)　問(1)(a)にならって，開管の場合について，定常波の波長 λ が満たす条件を，開管の中の定常波の節の数 n（$= 1, 2, 3, \cdots$）と L を用いて表せ。また，開管の中の定常波 $F(t,\ x)$ を，A_1，f，t，x，n，L を用いて表せ。

問(2)　図2のように，$x > L$ の範囲で，振動数 f_s の音を発する音源が，音速 V よりも小さい一定の速さ v_s で，x 軸に沿って正または負の方向に移動している。音源からの音波は，x 軸と平行に進んで円筒管に到達する。音源が x 軸の正の方向に移動して円筒管から遠ざかるとき，閉管の中に m 個の節をもつ定常波が生じて共鳴が起きた。また，音源が x 軸の負の方向に移動して円筒管に近づくとき，開管の中に n 個の節をもつ定常波が生じて共鳴が起きた。

(a)　このときの音源の速さと音速の比 $\dfrac{v_s}{V}$ を，m と n を用いて表せ。

(b)　$v_s \leqq \dfrac{1}{3}V$，$300\ \mathrm{Hz} \leqq f_s \leqq 400\ \mathrm{Hz}$，$L = 1\ \mathrm{m}$，$V = 340\ \mathrm{m/s}$ の条件の下で，m が取りうる値を求めよ。

(c)　問(2)(b)の条件の下で，題意のような開管と閉管の共鳴が起きる振動数 f_s を有効数字3桁で求め，単位と共に記せ。

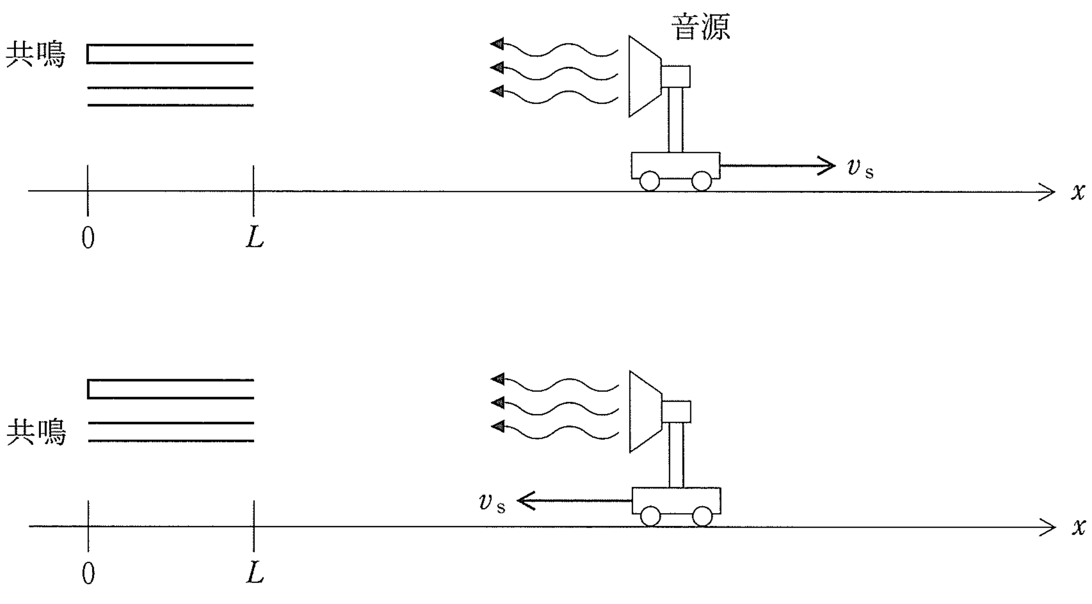

図2