

物 理

1 図1のように、断面積 S 、長さ L 、質量 M の円柱が、密度 ρ の液体が入った容器に静止して浮かんでいる。静止時の円柱の上面の位置を原点として、鉛直下向きを正方向に x 軸をとる。重力加速度の大きさを g とする。

なお、円柱は傾くことなく鉛直方向のみに運動し、 L は十分に長く円柱の上面が液面より下になることはなく、円柱が容器の底に接触することもないものとする。また、運動に際して円柱は液体から浮力のみを受け、円柱が運動しても液面の乱れや高さの変化はないものとし、以下の問(1), (2)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

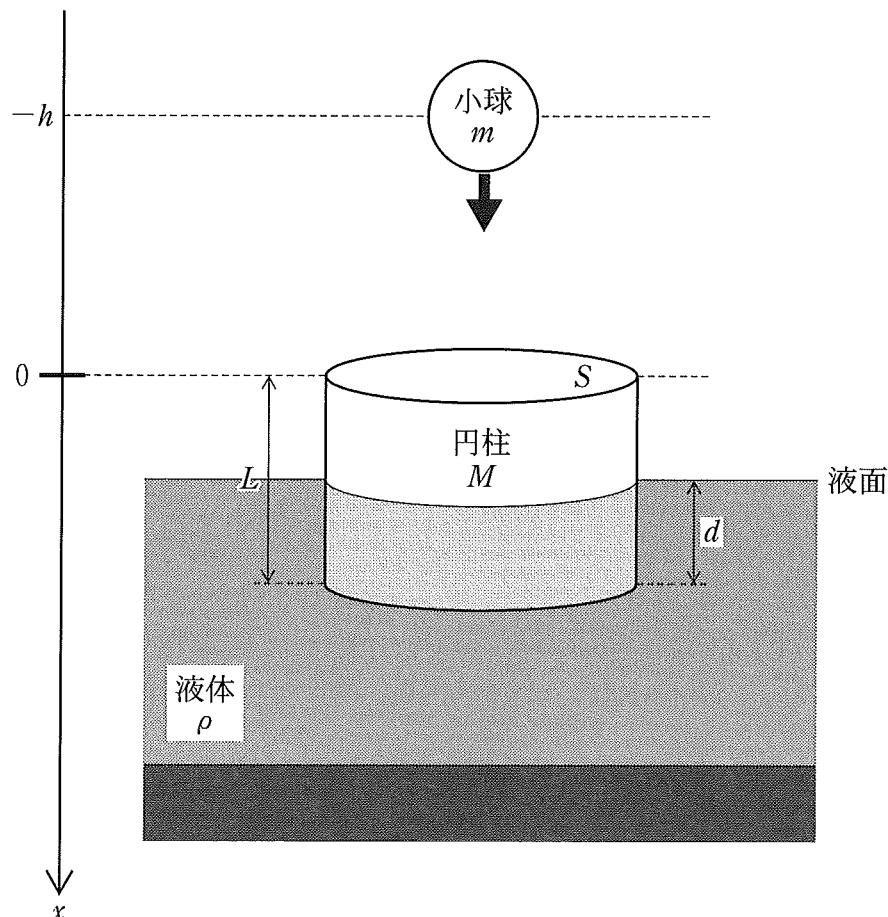


図1

問(1) 質量 m ($m < M$) の小球を, $x = -h$ ($h > 0$) の位置から静止している円柱の上面中央に落とした。ここで, 円柱上面と小球の間の反発係数(はねかえり係数)は 1 であり, 小球の大きさは無視できるものとする。

- (a) 小球の衝突前, 静止している円柱に働く浮力 F_0 , および円柱の液面から下の長さ d を, S, M, m, ρ, h, g の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) 衝突直前の小球の速度 v_0 , 衝突直後の小球の速度 v , および衝突直後の円柱の速度 V を, M, m, h, g の中から必要なものを用いて表せ。
- (c) 小球が衝突後に達する最高点を $x = -H$ ($H > 0$) とするとき, H を, M, m, h, g の中から必要なものを用いて表せ。

問(2) 図1の静止時の円柱の下面にばね定数 k のばねを取りつけ、ばねのもう一方の端を液体を満たしている容器の底に固定した。このとき、ばねは自然長であった。円柱の上面中央に質量 m ($m < M$) のおもりを固定して静止させると、おもりがのった円柱は、図2のように、 $x = x_0$ の位置でつり合った。おもりがのった円柱をつり合いの位置から $x = 0$ の位置まで引き上げて静かにはなすと、円柱にばねと浮力による復元力が働き、円柱がおもりをのせたまま単振動した。つり合いの位置から Δx 変位した円柱に働く復元力は $F = -K\Delta x$ (K : 正の定数) と表すことができる。ばねの質量と体積は無視できるものとする。

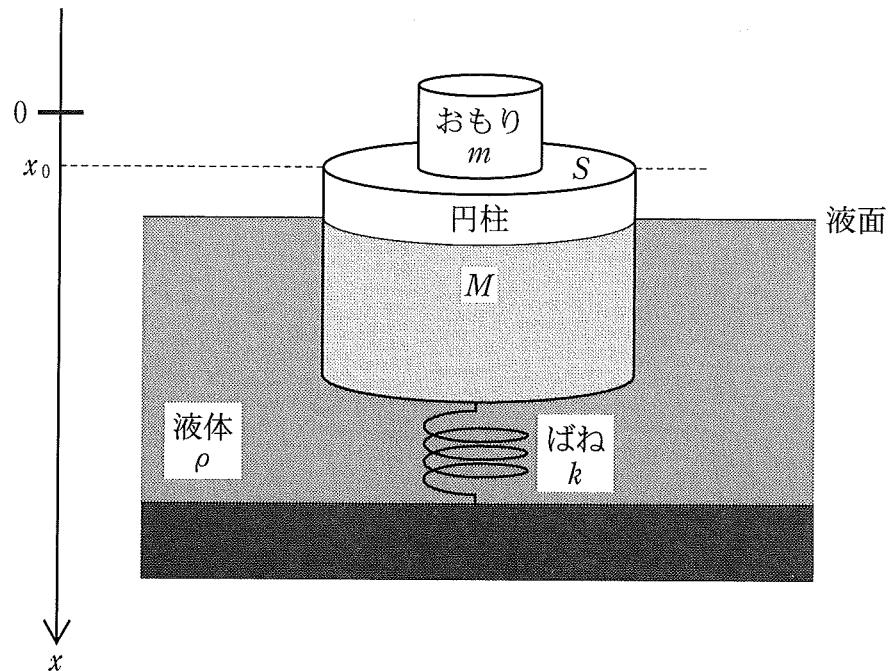


図 2

- (a) おもりがのった円柱のつり合いの位置 x_0 を, S, M, m, k, ρ, g の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) おもりがのった円柱の単振動における定数 K , および周期 T を, S, M, m, k, ρ, g の中から必要なものを用いて表せ。
- (c) おもりがのったまま単振動する円柱が鉛直下向きに動いて $x = x_0$ にきたときに静かにおもりを取り去ると, その後も, 円柱は単振動した。おもりを取り去った後の円柱の単振動の振幅 A を, M, m, K, x_0 の中から必要なものを用いて表せ。

2

図1のように、底板が面積 S の金属の円板、側面が絶縁体の円筒で作られたシリンダー容器に、なめらかに動く軽いピストンが取り付けられている。ピストン板も面積 S の金属の円板で作られており、ピストン板と底板が極板となってコンデンサー1を構成する。ピストン板と底板の平行を保ったまま、ピストン板と底板の間隔 x を変化させることができる。間隔 x の変化にともない、コンデンサー1の電気容量 C_1 は変化する。

シリンダー容器の内面に電極1と電極2が取り付けられている。間隔 x が $a \leq x \leq b$ の範囲では電極1が、また、 $x = c$ のときには電極2が、ピストン板と接触する。ただし、 $0 < a < b < c$ であり、 a, b, c はピストン板や底板の直径に比べて十分に小さいものとする。また、電極1、2の面積は S に比べて十分に小さく、電極によって生じる電気容量を無視することができる。

コンデンサー1は、電極1を介して起電力 V の電池と、また、電極2を介してスイッチおよび電気容量 C_2 のコンデンサー2と電気回路を構成する。点Gは接地されている。シリンダーは真空中に置かれており、ピストン板と底板の間も真空である。真空の誘電率を ϵ_0 として、以下の問(1), (2)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

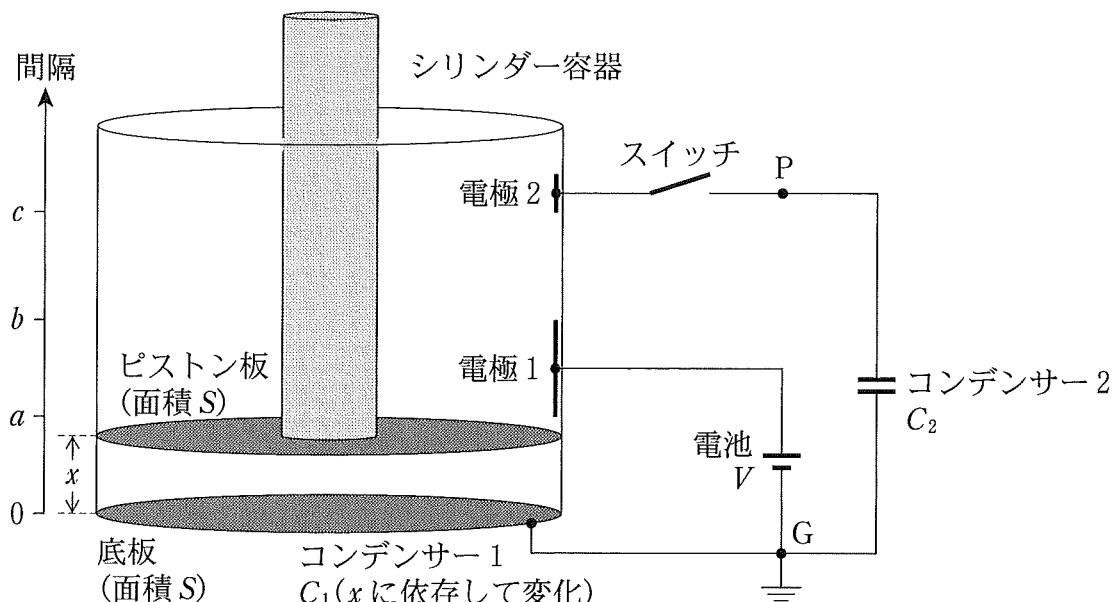


図1

問(1) 図1のスイッチを開いた場合について考える。はじめに、ピストン板と底板を接触させてコンデンサー1に電荷がない状態とした後に、間隔 x をゆっくりと広げる。

- (a) ピストン板と底板が接触していないとき、コンデンサー1の電気容量 C_1 を、 ϵ_0 , S , x を用いて表せ。
- (b) コンデンサー1に蓄えられている電気量 Q_1 と静電エネルギー U_1 を、 $a \leq x \leq b$ と $b < x < c$ の場合に分けて、 ϵ_0 , S , a , b , c , V , x の中から必要なものを用いて表せ。
- (c) 間隔 x を $x = a$ から $x = b$ まで変化させる間にピストンを操作するため外から加えた力がした仕事 W を、 ϵ_0 , S , a , b , c , V の中から必要なものを用いて表せ。ただし、間隔 x の変化は十分にゆっくりであり、電池がもつ内部抵抗などによって発生するジュール熱は無視できるものとする。

問(2) 図1のスイッチを閉じた場合について考える。スイッチを閉じたとき、コンデンサー2に電荷はなかった。以下では、間隔 x が $x = a$, $x = b$, $x = c$ であるときのコンデンサー1の電気容量 C_1 の値をそれぞれ C_a , C_b , C_c とする。また、間隔 x が $x = a$, $x = b$ であるときにコンデンサー1に蓄えられている電気量 Q_1 の値をそれぞれ Q_a , Q_b とする。

- (a) はじめに、ピストン板と底板を接触させてコンデンサー1に電荷がない状態とした後に、間隔 x をゆっくりと広げる。間隔 x が $x = c$ となったとき、図1の点Gと点Pの間の合成容量 C_{GP} を、 C_c と C_2 を用いて表せ。
- (b) 間隔 x が $x = c$ となってから十分に時間が経った後、コンデンサー2に蓄えられている電気量 Q_2 を、 C_a , C_b , C_c , Q_a , Q_b , C_2 の中から必要なものを用いて表せ。
- (c) 問(2)(a)(b)に引き続き間隔 x をゆっくりと狭め、ピストン板と底板を接触させるまでを1回の操作とする。この操作を反復し、間隔 x が $x = 0$ の状態と $x = c$ の状態を交互に繰り返すと、コンデンサー2の極板間の電位差が一定値 V_F に限りなく近づく。この V_F を、 ϵ_0 , S , a , b , c , V , C_2 の中から必要なものを用いて表せ。

3

図1のように、 xy 平面内の点Sにおいて音源から音波を発生させ、 y 軸上においてマイクを使って音の強さを測定する実験を行った。音源から発生した音波が空気中を伝わり、壁にあけられた二つの円形の穴AA'、BB'を通った後に干渉した結果、 y 軸上では音が強い場所と弱い場所が生じた。壁は x 軸に垂直である。穴の中心軸は xy 平面内にあり、 x 軸に平行である。なお、穴 BB' にヒーターが取り付けられており、穴 BB' 内のみの空気の温度を均一に上げることができる。

点Sから壁の音源側の面(表面)までの距離を L 、壁の厚さを w 、壁の裏面から原点Oまでの距離を ℓ とし、また、穴AA'、BB'の中心は、それぞれ $y = \frac{d}{2}$ 、 $y = -\frac{d}{2}$ の位置にあり、マイクの位置の y 座標は Y とする。また、 L および ℓ は、 d に比べて十分大きいとする。

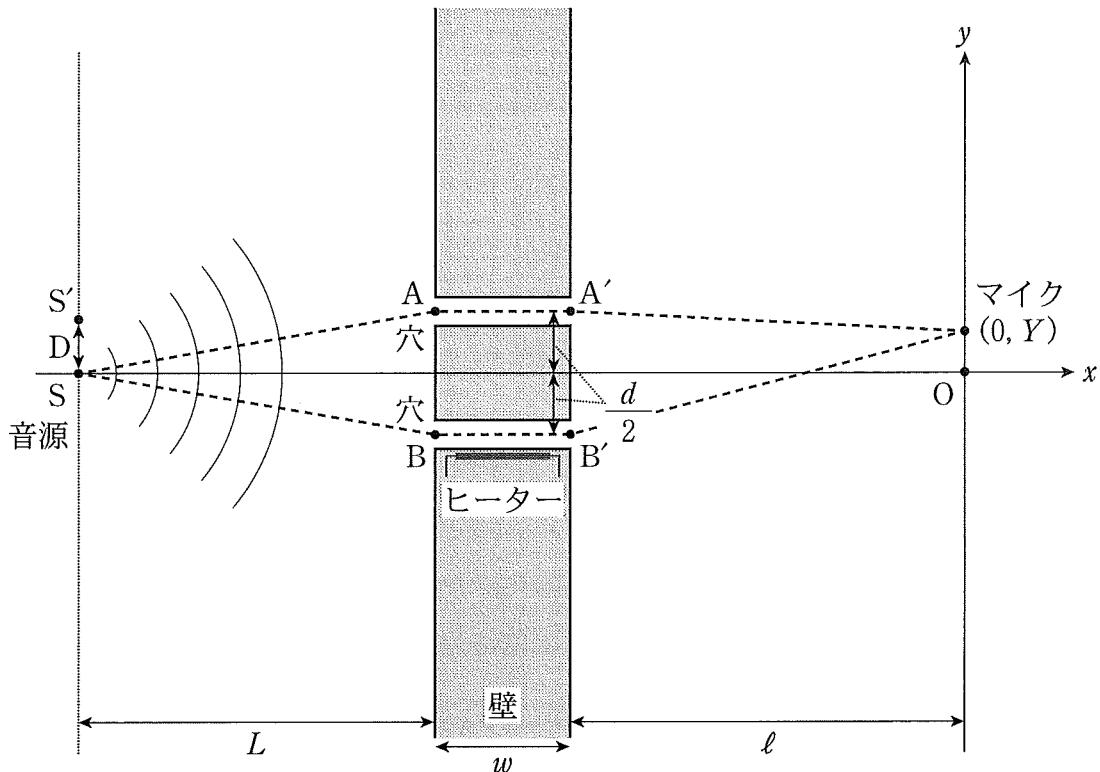


図1

以下ではこの実験を、単色光によるヤングの実験と同じように考察する。すなわち、音源は点とみなせるとし、二つの穴の直径は十分に小さく、それぞれを通過した音波は、出口から球面波として y 軸まで伝わるとする。なお、穴の入口A, Bおよび出口A', B'において、音の反射は生じないものとして、気柱共鳴は考えない。

以下の問(1), (2)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。なお、問題文中で指示されたときには、実数 x について $|x|$ が1よりも十分小さいときに成り立つ近似式

$$\sqrt{1+x} \doteq 1 + \frac{x}{2}$$

を用いよ。

問(1) 音源の振動数をある値に固定して、波長 λ の音波を発生させた。ヒーターは切られており、空気の温度は場所によらず一定に保たれていた。

- (a) 点A', B'からマイクまでの距離をそれぞれ ℓ_A , ℓ_B とする。 ℓ_A , ℓ_B を, ℓ , d , Y を用いてそれぞれ表せ。
- (b) マイクの位置が $Y = Y_m$ のときに、音が強めあう条件が満たされているとする。 Y_m を, ℓ , d , λ , 整数 $m (= 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ を用いて表せ。ただし, $|Y|$ は ℓ に比べて十分に小さいとして、上記の近似式を用いよ。
- (c) 図1のように、音源を点Sから y 軸の正の向きに距離 D だけ離れた点S'までずらしたとき、(b)で強めあいの条件を満たしていた点の y 座標が $Y_m + \Delta Y$ になった。 ΔY を, L , ℓ , D を用いて表せ。ただし, D , $|Y_m + \Delta Y|$ は、いずれも L , ℓ に比べて十分小さいとして上記の近似式を用いよ。

問(2) 次に、音源を点 S に戻し、音源の振動数を変えて、波長 $\lambda' = \frac{w}{10}$ の音波を発生させた。マイクを原点 O において音の強さを測定したとき、はじめ原点 O は強めあいの条件を満たしていたが、続いて、ヒーターで穴 BB' 内の空気の温度をゆっくりと上昇させたところ、音が弱めあって再び強めあつた。この弱強の繰り返しが全部で 3 回観測されたところで、穴 BB' 内の温度を一定に保った。空気中の音波の音速と波長は、温度が高くなるほど大きくなる。

- (a) 穴 BB' 内の温度を一定に保ったときの穴 BB' 内の音速 V_B は、穴 AA' 内の音速 V_A の何倍か、答えよ。
- (b) 穴 BB' 内の温度を一定に保った状態で音源の振動数を上げ、波長を変化させた。波長が λ' のときには原点 O で強めあいの条件を満たしていたが、波長を λ' から $\lambda' - \Delta\lambda'$ にゆっくりと減少させたとき、この強めあいの条件を満たす点が y 軸上を移動した。移動の向きを答え、また移動の大きさ $\Delta Y'$ を、 ℓ , d , $\Delta\lambda'$ を用いて表せ。

平成30年度東北大学個別学力試験

問題訂正（前期）

理科【物理】14ページ

3 上から1行目

（誤）「 xy 平面内の点 S に…」

（正）「 x 軸上の点 S に…」

理科【物理】16ページ

3 問(2)(b)下から1行目

（誤）「…を用いて表せ。」

（正）「…を用いて表せ。ただし、 $\Delta Y'$ は ℓ に比べて十分小さいとして、前ページの近似式を用いよ。」

平成30年2月25日