

大学入試攻略のための良問(実戦編)

[力学 81 題] (冊子③)

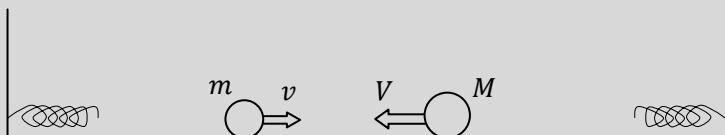
[力積と運動量]

例題 1

全質量の半分を相対速度 v で切り離す能力のあるロケットがある。最初、燃料を合わせたロケットの全質量は M で、静止している。何度も相対速度 v で燃料を切り離し、最終的にロケット本体のみが $100v$ の速度を得るために、ロケット本体の何倍の質量の燃料が必要か。

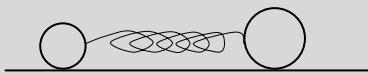
例題 2

なめらかな水平面上で、質量 m の球と質量 M の球が図に示すような速度で衝突する。衝突の反発係数は e である。その後、それぞれの球はエネルギーを損失せずにはね返すばねではね返され、再び反発係数 e で衝突する。2 つの球が n 回目の衝突をした直後のそれぞれの速度を求めよ。



例題 3

ばね定数 k のばねが長さ L だけ縮められており、両端に質量 M の物体 A と質量 m の物体 B をばねに接するように置き、静かにはなした。すると、両物体はばねが自然長になった瞬間にばねから離れた。ばねから離れる瞬間のそれぞれの速さを求めよ。



例題 4

下図のように、滑らかな斜面を持つ質量 M の三角柱 A、B がある。三角柱 A、B は滑らかな水平面の上に置かれている。三角柱 A の斜面上で、水平面からの高さ H の位置で質量 m の小球を静かに放した。これについて以下の各問いに答えよ。重力加速度の大きさは g とする。

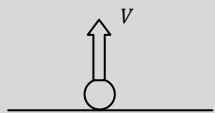
- (1) 小球が三角柱 A を離れるときの、小球と三角柱それぞれの速度を求めよ。
- (2) 小球は三角柱 A を離れたあと三角柱 B の斜面に沿って上昇し、それとともに三角柱 B も動き出す。小球が三角柱 B の斜面上の最高点に達した瞬間の、小球と三角柱 B それぞれの水平面に対する速度を求めよ。



例題 5

水平な床から、小球を速度 V で鉛直に投げ上げた。その後、小球は床との衝突を何度も繰り返し、やがて弾まなくなつた。これについて以下の各問い合わせよ。ただし小球と床との反発係数を $\frac{1}{2}$ とし、重力加速度の大きさを g とする。

- (1) 5回目の衝突と6回目の衝突の間で、小球が達する最高点の高さを求めよ。
- (2) 小球を投げ上げてから弾まなくなるまでの時間を求めよ。



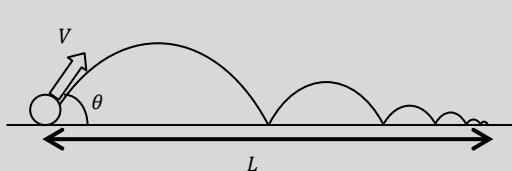
例題 6

下図①のように、小球を水平な床から角度 θ の方向へ初速 V で投げた。放物運動した小球は床と衝突し、再び放物運動する。小球はこれを何度も繰り返し、最初の位置から水平方向へ距離 L だけ離れた位置で弾まなくなつた。1回目の衝突時の出発点からの距離を求めよ。

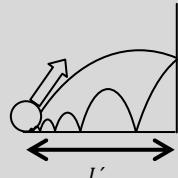
次に、下図②のように小球の最初の位置からある距離 L' だけ離れたところに鉛直な壁を置いてから、全く同じ初速度で小球を投げた。すると、小球は1回目の床への衝突より前に壁に衝突し、最初の位置へ戻ったときにちょうど弾まなくなつた。このときの L' を L を使って表せ。ただし、壁にも床にも摩擦はなく、小球と

の間の反発係数はともに $\frac{1}{2}$ である。

図①

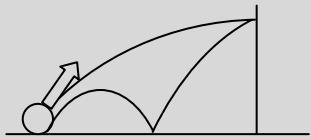


図②



例題 7

水平な床と鉛直な壁があり、壁からある距離だけ離れた位置から図のように小球を発射したら、小球は 1 回目の床への衝突より前に壁に衝突し、2 回目の床への衝突時にちょうど最初の位置へ戻った。小球と壁および小球と床との間の反発係数はともに $\frac{1}{2}$ であるとする。このとき、小球が壁に衝突する直前の小球の速度の向きを求めよ。ただし、床と壁にはともに摩擦がないものとする。



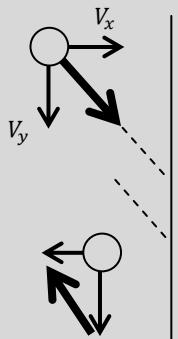
例題 8

斜面上のある位置から図のような向きに発射された物体が、出発点に戻ってくるときにバウンドしていないための条件を求めよ。物体と斜面との反発係数を e とする。



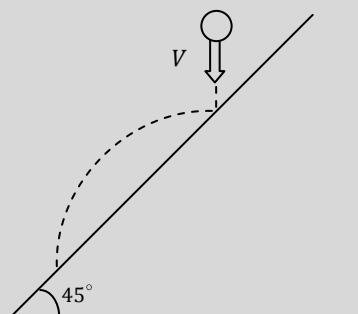
例題 9

下図のように、摩擦のある鉛直な壁に小球が衝突した。衝突前の小球の速度の水平成分を V_x 、鉛直成分 V_y とする。このとき、衝突後的小球の速度の鉛直成分を求めよ。小球と壁との反発係数を e 、動摩擦係数を μ とする。



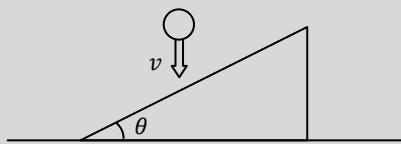
例題 10

下図のように、水平面から 45° 傾いているなめらかな斜面に、小球が鉛直下向きの速度 V で弾性衝突した。この後、小球が次に斜面に衝突するまでの時間を求めよ。斜面はじゅうぶん長いものとし、重力加速度の大きさは g とする。



例題 11

滑らかな水平面上に静止している質量 M の図のような台に、質量 m の物体が鉛直下向きに速さ v で弾性衝突する。このとき、物体は斜面に垂直な方向にのみ力積を受ける。衝突後の台の速さを求めよ。



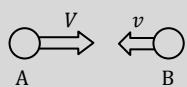
例題 12

質量の等しい A、B が弾性衝突した。衝突前の A の速度は V 、B の速度は 0 であり、衝突後に B は図のような向きに進んだ。衝突後に A が進んだ向き θ を求めよ。



例題 13

質量と長さが等しい 2 つの単振り子 A、B があり、A と B を最下点で衝突させた。このとき、衝突直前の A、B それぞれの速さは次の図の通りであった。A と B は弾性衝突するものとして、A と B が 100 回目に衝突した直後の A、B それぞれの速さを求めよ。



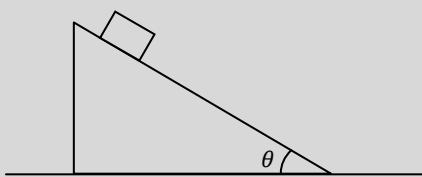
例題 14

なめらかな斜面上の高さ h の点を静かに滑りだした質量 m の小球が、高さ 0 の滑らかな水平面上に静止している質量 M の小球に弾性衝突する。衝突後、質量 m の小球が左向きに動くための条件を M と m を用いて表せ。また、この条件が満たされる範囲内で質量 M 、 m をどのように変えても、質量 M の小球の衝突後の速さが v_0 を超えないための条件を求めよ。重力加速度の大きさを g とする。



例題 15

水平な床の上に、図のような質量 M の三角形の台があり、その上に質量 m の小物体が乗せられている。小物体と台がともに静止した状態で静かにはなすと、小物体が面上を滑りだした。小物体が面上を距離 L だけ滑ったとき、台はどれだけ移動したか。ただし、すべての摩擦は無視する。



例題 16

互いの万有引力だけによってそれぞれ等速円運動する質量 m の惑星 A と質量 M の恒星 B とがある。惑星 A の速さが V のとき、恒星 B の速さを求めよ。