

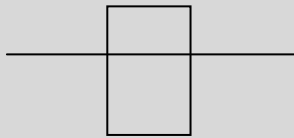
大学入試攻略のための良問(実戦編)

[力学 81 題] (冊子⑤)

[単振動]

例題 1

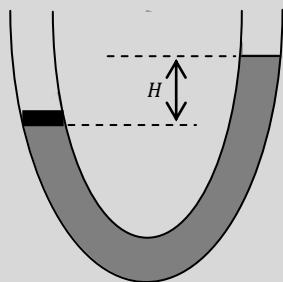
長さ L 、断面積 S 、質量 M の直方体を、密度 ρ の水の中で単振動させる。このときの周期を求めよ。重力加速度の大きさを g とする。



例題 2

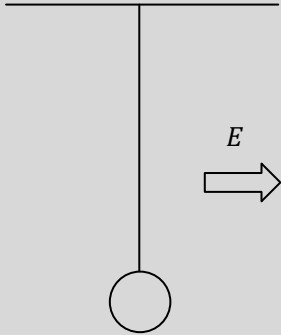
下図のような、断面積が一様に S である U 字管に水を入れる。左側にだけふたをして、右側の方が液面が H だけ高くなるようにする。この状態から静かにふたを外すと、右側から左側へ水が移動しだした。これについて以下の各問いに答えよ。水全体の質量は M 、水の密度は ρ であり、重力加速度の大きさは g とし、水の粘性は無視する。

- (1) 水が動いて左右の液面の高さが等しくなった瞬間の、水の移動速度を求めよ。
- (2) 水が移動する勢いで、左側の液面の方が高くなった。ふたを外してから左側の液面の高さが最大になるまでの時間を求めよ。



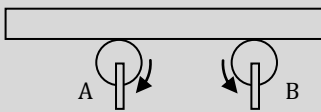
例題 3

質量 m で正の電荷 q を持つ球を、水平右向きの電場 E の中で、長さ L の糸につるして単振動させる。このとき、単振動の中心位置と周期を求めよ。重力加速度の大きさを g とする。



例題 4

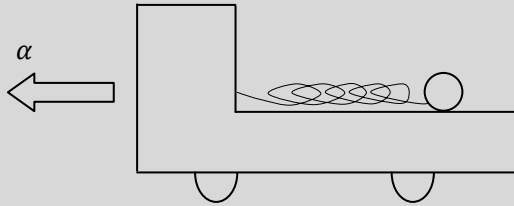
同じ大きさで同じ角速度で逆向きに回転する 2 個の円板 A、B があり、この上に質量 m の一様な棒を、重心が AB の間の中心以外の位置になるように置く。このあと、棒が単振動することを示せ。また、その周期を求めよ。AB 間の距離を L 、円板と棒の間の動摩擦係数を μ' 、重力加速度の大きさを g とする。



例題 5

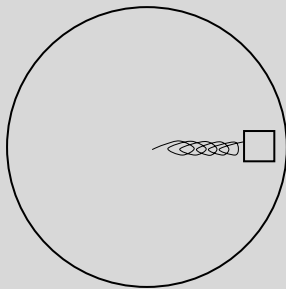
ばね定数 k のばねに質量 m のおもりをつけ、下図のような台車に水平にとりつけた。台車の面に摩擦はない。この台車を左向きに加速度 α で加速度運動させたところ、おもりは台車に対して静止した。

この位置からおもりを L だけずらして静かに(台車にして静止するように)はなすと、おもりは台車の上で単振動をした。この単振動の中心の位置、(台車から見た)中心での速さ、周期を求めよ。



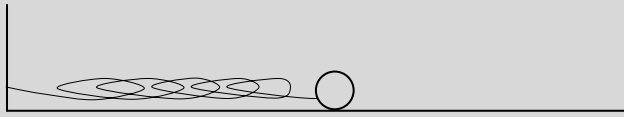
例題 6

水平で滑らかな円板の中心にばね定数 k のばねをとりつけ、他端に質量 m の物体をつける。円板を少しずつ角速度を増しながら回転させ、角速度が ω となったときの物体の円板上での位置を A とする。角速度を ω に保ったまま、物体を A より中心からある距離だけ離れた位置で円板に対して静止した状態ではなすと、物体は円板上から見て単振動した。この単振動の周期を求めよ。また、物体の運動を床から見たときに、その軌道が毎周同じになるための条件を求めよ。



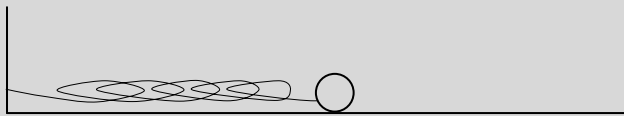
例題 7

ばね定数 k のじゅうぶん長いばねに質量 m のおもりをつけ、下図のように壁にとりつけ水平な床の上に置いた。この床には摩擦があり、おもりとの間の動摩擦係数は μ である。ばねを自然長からある長さだけ伸ばしておもりをはなしたところ、おもりは自然長よりも縮み、今度は逆向きに動いてばねがちょうど自然長になったところで静止したままになった。このとき、最初にばねを自然長からどれだけ伸ばしていたか。また、おもりをはなしてから最後に静止するまでにかかった時間はいくらか。重力加速度の大きさは g とし、静止摩擦係数は 2μ より小さいとする。



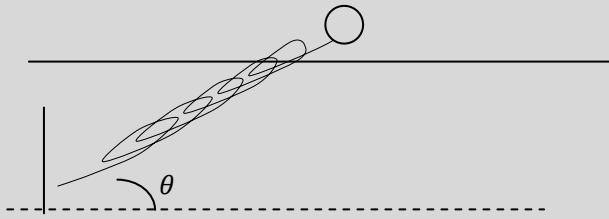
例題 8

水平な粗い水平面に、一端が固定されたばね定数 k のばねを置き、他端に質量 m の小物体をつける。小物体をばねが自然長から A だけ伸びた位置で静かにはなした後の、ばねの縮みの最大値を求めよ。小物体と水平面との間の動摩擦係数を μ とする。



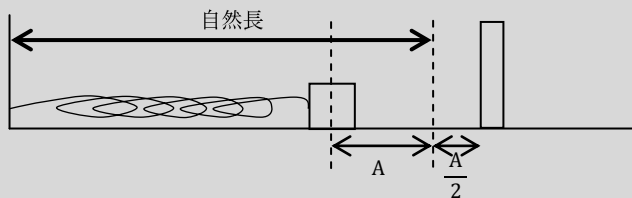
例題 9

ばね定数 k のじゅうぶん長いばねに質量 m のおもりをつけ、下図のように壁にとりつけ斜面上に置いた。この斜面は水平面から角度 θ だけ傾いていて、なめらかなである。ばねを自然長から L だけ縮めた位置でおもりを静かにはなすと、おもりは単振動した。おもりの速さの最大値を求めよ。重力加速度の大きさは g とする。



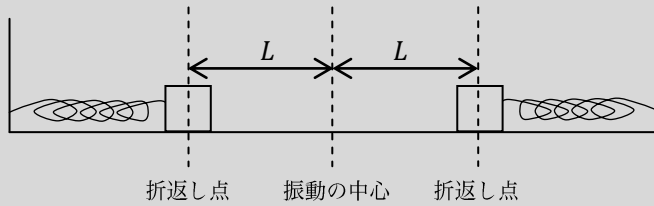
例題 10

なめらかな水平面上にばね定数 k のばねを置き、その一端を固定して他端に質量 m のおもりをつける。ばねを自然長から A だけ縮ませて静かに手を離すとおもりは単振動を始めたが、図の位置に壁があるためおもりは弾性衝突してはね返った。おもりが最初に手を離した位置へ戻るまでにかかる時間を求めよ。



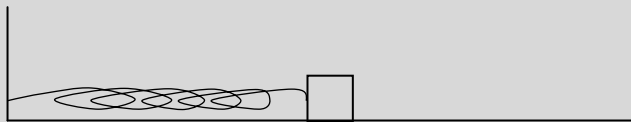
例題 11

同じ質量の2つの物体A、Bが同じばねにつながれ、次のように中心が共通で同じ振幅 L の単振動をする。はじめにA、Bをばねを縮めた側の折返し点で静止させ、Aを先に静かにはなし、 $\frac{T}{4}$ (T は単振動の周期)だけ経ったところでBも静かにはなした。このあと、AとBが衝突する位置は振動の中心からどれだけ離れた位置となるか答えよ。また、Bをはなしてから衝突するまでの時間を求めよ。



例題 12

なめらかな水平面上に、ばね定数 k のばねにつながれた質量 m の小物体が置かれている。ばねの他端は壁に固定されている。小物体に初速度を与えて、振幅 A で単振動させた。このとき、小物体が振動の中心から $\frac{A}{2}$ だけ離れた位置を通過する瞬間の速度と加速度の大きさを求めよ。



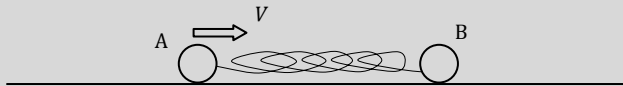
例題 13

質量 m のおもり A、B をばね定数 k のばねでつなぎ、なめらかな水平面上に置いた。A にだけ初速度 V を右向きに与えたところ、A、B とともに振動しながら右向きに動いていった。このとき、ばねが最も縮んだときの自然長からの縮みの長さを求めよ。また、最も縮んだ状態から次に最も縮んだ状態になるまでの時間を求めよ。



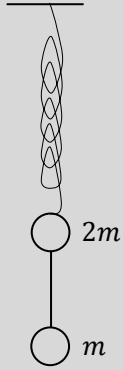
例題 14

質量 M のおもり A と質量 m のおもり B をばね定数 k のばねでつなぎ、なめらかな水平面上に置いた。A にだけ初速度 V を右向きに与えたところ、A、B とともに振動しながら右向きに動いていった。このとき、ばねが最も縮んだときの自然長からの縮みの長さを求めよ。また、最も縮んだ状態から次に最も縮んだ状態になるまでの時間を求めよ。



例題 15

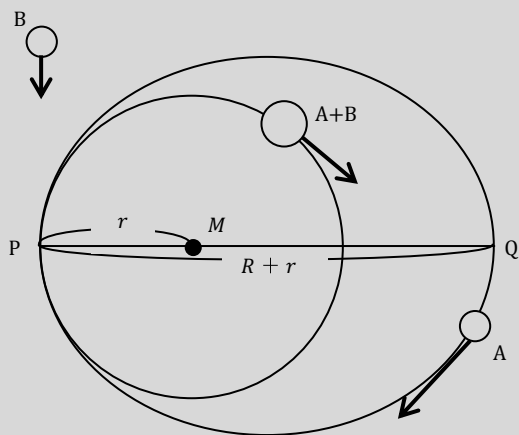
質量 $2m$ の球と質量 m の球を軽い糸でつなぎ、ばね定数 k のばねで鉛直方向に単振動させる。最初、ばねを充分長く伸ばしてから静かにはなすと、ある位置で糸がたるむ。そのときのばねの自然長からの伸びを求めよ。



[万有引力のもとでの運動]

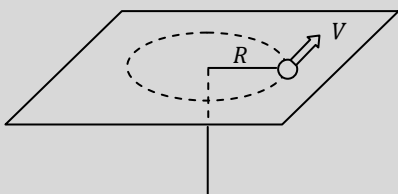
例題 1

質量 M の太陽の周りを長軸 $R + r$ の楕円軌道を描いて運動している質量 $6m$ の惑星 A が、図の点 P(近日点)の接線方向から飛んできた質量 m の惑星 B と正面衝突して一体となった。その後、一体となった惑星は太陽を中心とした半径 r の円運動をした。衝突前の惑星 B の速さを求めよ。万有引力定数を G とする。



例題 2

図で示すように、半径 R の円軌道を速さ V で運動している物体がある。糸をゆっくり引いて円軌道の半径を r としたとき、物体の速さはいくらになるか。



例題 3

図のように、円錐面内の高さ H の位置で面に沿って水平に速さ V で動き出した物体は、その後上下運動を繰り返す。物体が高さ h の位置を運動する瞬間の速度の水平成分の大きさを求めよ。ただし、摩擦はないものとする。

